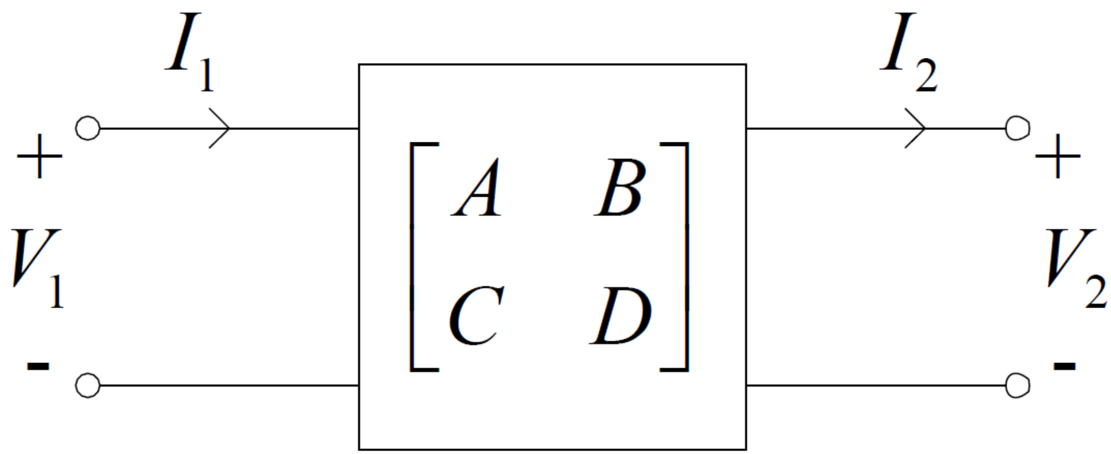
IT 002 – SOBRETENSÕES EM SISTEMAS DE POTENCIA

AGOSTO 2022

Prof. Dr. José Pissolato Filho

Matriz ABCD

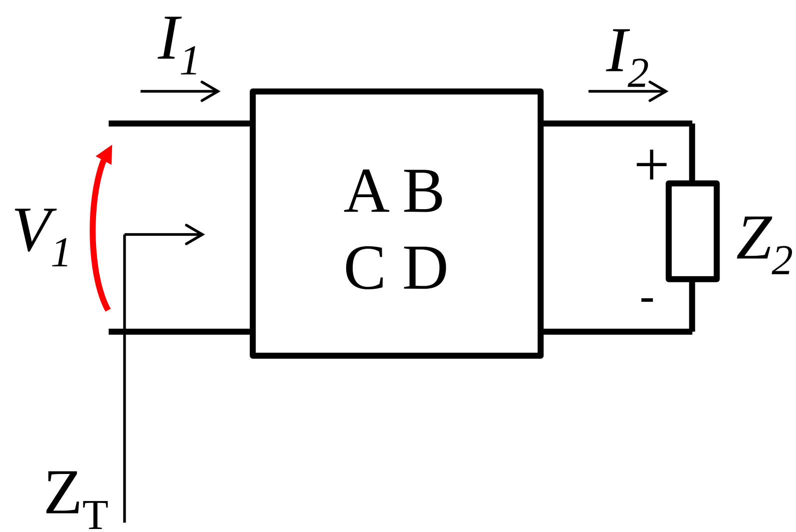
⇒ Matriz ABCD



⇒ Matriz ABCD

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{1}$$

⇒ Matriz ABCD



⇒ A partir da matriz anterior podemos extrair as seguintes relações:

$$V_1 = A.V_2 + B.I_2 \tag{2}$$

$$I_1 = C.V_2 + D.I_2 \tag{3}$$

⇒ **Matriz ABCD**

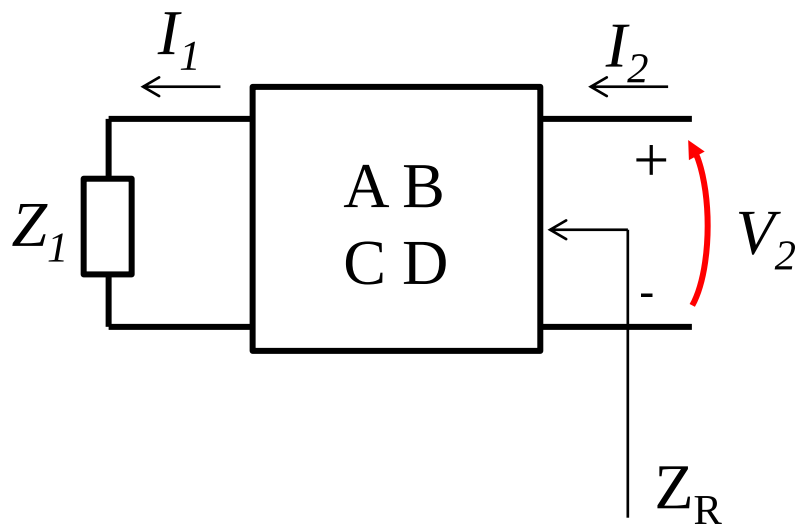
⇒ Dividindo (1) por (2) e posteriormente dividindo o resultado por I_2, temos:

$$\frac{\dfrac{V_1}{I_2} = A.\dfrac{V_2}{I_2} + B.\dfrac{I_2}{I_2}}{\dfrac{I_1}{I_2} = C.\dfrac{V_2}{I_2} + D.\dfrac{I_2}{I_2}}$$

⇒ Como resultado obtém-se:

$$\boxed{Z_T = \frac{A.Z_2 + B}{C.Z_2 + D}} \qquad (4)$$

⇒ Matriz ABCD



⇒ De forma análoga, podemos obter:

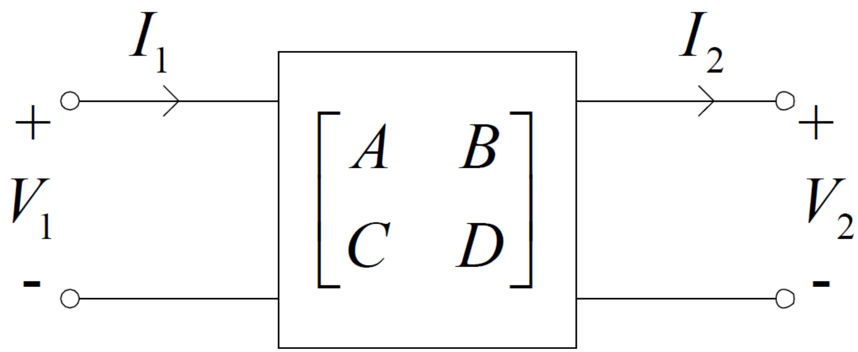
$$\boxed{Z_R = \frac{D.Z_1 + B}{C.Z_1 + A}} \qquad (5)$$

$\Rightarrow$ **Matriz ABCD**

$\Rightarrow$ Onde:

$$\boxed{\begin{aligned} A &= \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0}, \quad & B &= \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{V_2=0} \\ C &= \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0}, \quad & D &= \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_2=0} \end{aligned}} \qquad (6)$$

⇒ Matriz ABCD



$$V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2$$

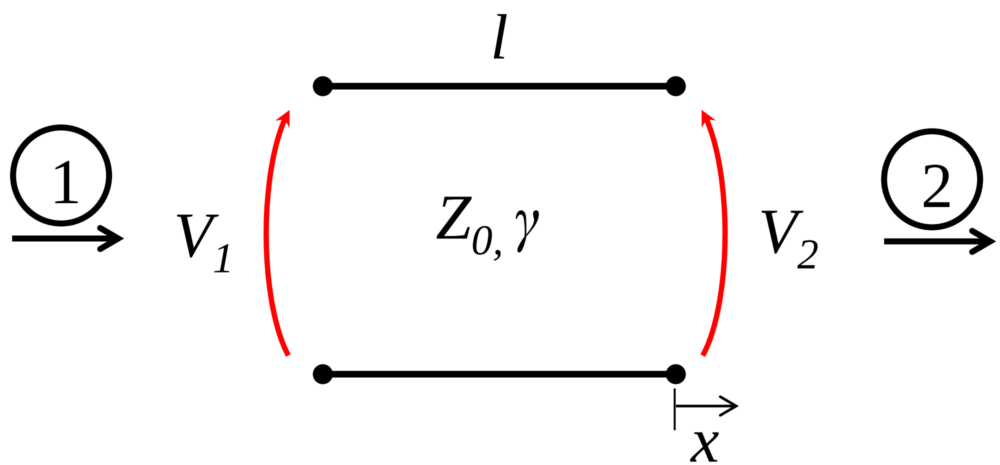
$$V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} (V) = (Z).(I) \\ \text{ou} \\ (I) = (Y).(V) \end{array} \right. \qquad (7)$$

⇒ Matriz ABCD

⇒ Seção de comprimento *l* da linha:



$$V(x) = V^{+}.e^{-\gamma x} + V^{-}.e^{\gamma x} \qquad (8)$$

$$I(x) = \frac{V^{+}}{Z_0}.e^{-\gamma x} - \frac{V^{-}}{Z_0}.e^{\gamma x} \qquad (9)$$

Onde:

$$\gamma = \alpha + j\beta \qquad (10)$$

⇒ **Matriz ABCD**

⇒ Avaliando os parâmetros a partir de x e fazendo $V(0) = V_2$ e $I(0) = I_2$ em (8) e (9) temos:

$$V^+ + V^- = V_2 \tag{11}$$

$$V^+ - V^- = I_2.Z_0 \tag{12}$$

⇒ Resolvendo o sistema, temos:

$$V^+ = \frac{1}{2}(V_2 + I_2.Z_0) \tag{13}$$

$$V^- = \frac{1}{2}(V_2 - I_2.Z_0) \tag{14}$$

$\Rightarrow$ **Matriz ABCD**

$\Rightarrow$ Substituindo (13) e (14) em (8) e (9)

$$V(x) = V_2.\left(\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}\right) + I_2.Z_0.\left(\frac{e^{-\gamma x} - e^{\gamma x}}{2}\right) \qquad (15)$$

$$I(x) = \frac{V_2}{Z_0}.\left(\frac{e^{-\gamma x} - e^{\gamma x}}{2}\right) + I_2.\left(\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}\right) \qquad (16)$$

$\Rightarrow$ Observando-se que:

$$\boxed{\cosh(x) = \frac{e^{-\gamma x} + e^{\gamma x}}{2}} \qquad \boxed{-\,\mathrm{senh}(x) = \frac{e^{-\gamma x} - e^{\gamma x}}{2}}$$

⇒ **Matriz ABCD**

⇒ Temos para um comprimento *l* (sentido carga-fonte):

$$V(-l) = V_1 = V_2.\cosh(\gamma l) + I_2.Z_0.senh(\gamma l) \tag{17}$$

$$I(-l) = I_1 = \frac{V_2}{Z_0}.senh(\gamma l) + I_2.\cosh(\gamma l) \tag{18}$$

⇒ Comparando com a matriz ABCD:

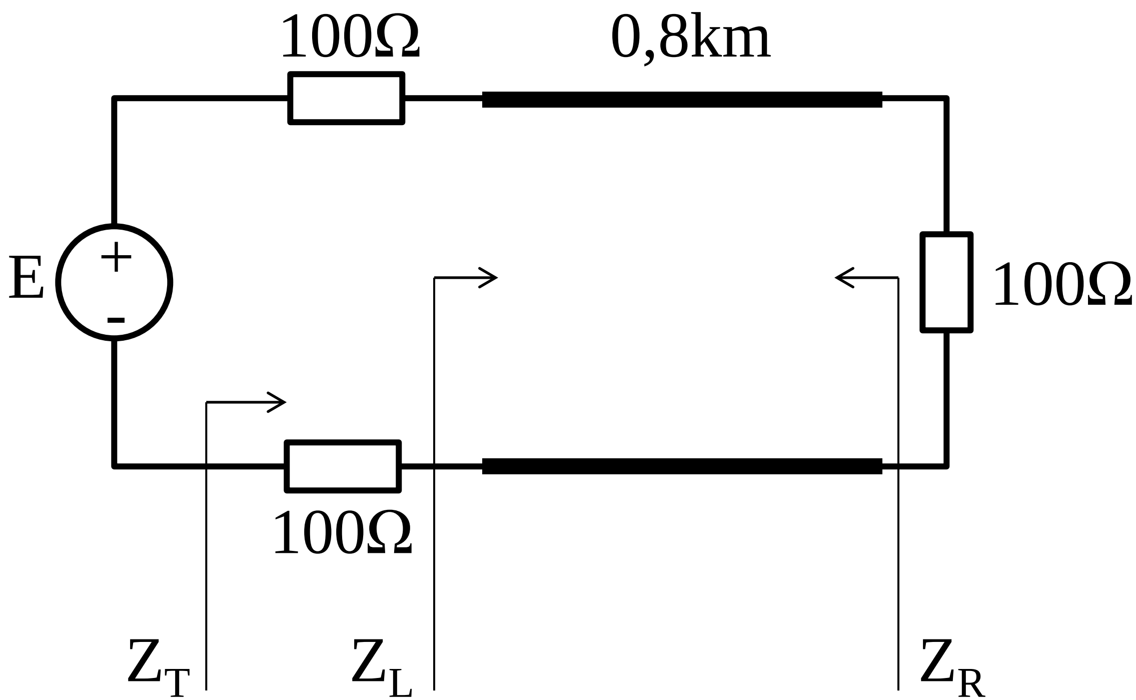
$$\boxed{\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}}$$

$\Rightarrow$ Matriz ABCD

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_0.senh(\gamma l) \\ \dfrac{1}{Z_0}.senh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix}$$

⇒ **Matriz ABCD**

⇒ Exemplo:



⇒ **Matriz ABCD**

⇒ Dados:

$\alpha = 0$
$\beta = 3$ dB/km
$Z_0 = 200\Omega$

a) Calcule a matriz ABCD entre a fonte e a carga.
b) Determine a impedância vista pela fonte.
c) Determine Z_R.
d) Determine Z_L.

⇒ Matriz ABCD

$$\gamma = \alpha + j\beta = j3$$

$$\gamma l = j3.0{,}8 = j2{,}4$$

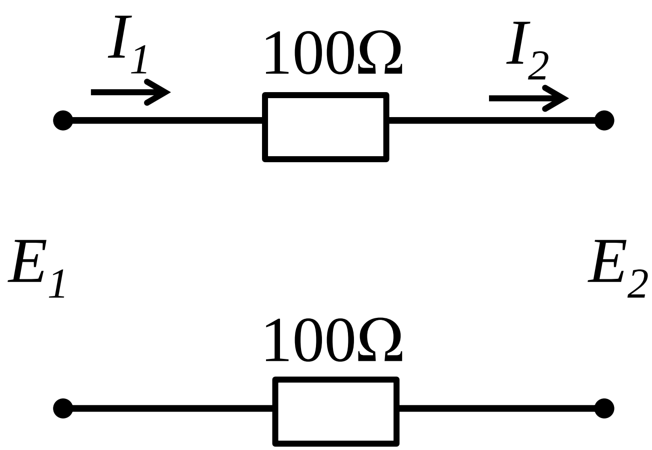
$$A'' = D'' = \cosh(\gamma l) = \cosh(j2{,}4) = -0{,}7374$$

$$B'' = Z_0.senh(\gamma l) = 200.senh(j2{,}4) = j135{,}1$$

$$C'' = \frac{1}{Z_0}.senh(\gamma l) = \frac{1}{200}.senh(j2{,}4) = j3{,}377.10^{-3}$$

⇒ **Matriz ABCD**

⇒ Encontrando a matriz ABCD entre a fonte e a linha.



$$E_1 = A'.E_2 + B'.I_2$$
$$I_1 = C'.E_2 + D'.I_2$$

$$E_1 = E_2 + 200.I_2$$
$$I_1 = 0.E_2 + I_2$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 200 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

⇒ **Matriz ABCD**

⇒ Matriz ABCD entre a fonte e a carga.

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 200 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} -0,7374 & j135,1 \\ j3,37.10^{-3} & -0,7374 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,7374 + j0,6755 & -147,5 + j135,1 \\ j3,37.10^{-3} & -0,7374 \end{pmatrix}}$$

$\Rightarrow$ **Matriz ABCD**

$\Rightarrow$ Impedâncias Z_T, Z_R, Z_L.

$$Z_T = \frac{A.Z_2 + B}{C.Z_2 + D} = 369{,}9\angle - 17{,}89°$$

$$Z_R = \frac{D.Z_1 + B}{C.Z_1 + A} = 200\Omega$$

$$Z_L = \frac{A''.Z_2 + B''}{C''.Z_2 + D''} = 189{,}8\angle - 36{,}77°$$