

EE754

Ondas Guiadas

Professor: José Pissolato Filho

Guias de onda (GO)

1 Introdução

Estas estruturas são, em geral, cilindros metálicos ocos com seção transversal geralmente constante (guia uniforme) e com dielétrico interno homogêneo (normalmente ar ou um gás inerte).

Podemos classificar os guias uniformes segundo o formato da seção transversal:

- Guia retangular (i.e., guia cilíndrico de seção retangular);
- guia cilíndrico circular;
- guia elíptico;
- guia com ressalto/ saliência (“ridged”).

O GO é uma alternativa à linha de transmissão (LT) na transmissão de microondas, além disso, é o elemento preferido para a transmissão e processamento de ondas eletromagnéticas de frequência e/ou potência muito elevada (microondas), devido a sua menor perda por unidade de comprimento (nos condutores, no dielétrico e por radiação) quando comparado com as LTs vistas (incluindo microfita e linha de fita). Os guias mais comuns são o retangular e o circular.

Os GOs podem ser usados em microondas para a transmissão de energia, fabricação de junções com múltiplas portas e na fabricação de um grande número de dispositivos práticos (acopladores, defasadores, atenuadores, isoladores, circuladores, filtros, chaves, etc).

A análise dos guias é feita utilizando-se as equações de Maxwell escritas no sistema de coordenadas adequado à forma geométrica da seção transversal do GO em estudo e impondo-se as condições de contorno fornecidas pelas paredes do guia. No caso ideal, em que as paredes são condutoras perfeitas, sabemos que a componente tangencial do vetor campo elétrico da onda deve se anular nesta superfície. Cada configuração espacial de campo que satisfaz as **condições de contorno (CC)** caracteriza um modo de propagação possível no guia considerado.

Uma análise de todos os modos possíveis nos guias metálicos usuais revela que existem apenas duas famílias fundamentais:

- Modos TE (ou tipo H): ocorrem quando a única componente longitudinal é a do campo magnético, estando todo o campo elétrico no plano transversal à propagação. Supondo propagação na direção “z”, teremos, neste caso, $H_z \neq 0$ e $E_z = 0$.
- Modos TM (ou tipo E): neste caso tem-se $E_z \neq 0$ e $H_z = 0$.

Se, em alguma situação particular, os modos TE e TM, isoladamente, não satisfizerem as CC, uma combinação linear dos mesmos dará a solução geral e completa. Esses novos modos (com $E_z \neq 0$ e $H_z \neq 0$) são chamados híbridos e costumam ser denotados por EH ou HE. O modo TEM de propagação da onda ($E_z = 0$ e $H_z = 0$) não

ocorre nos GOs metálicos a serem analisados. Os modos híbridos são comuns na propagação via fibras ópticas.

A propagação dentro de um GO se faz geralmente através de reflexões múltiplas, seja nas paredes metálicas (nos guias de onda metálicos: tubos de metal), seja nas superfícies de separação de meios dielétricos distintos, como no caso de guias dielétricos (exemplo: fibra óptica).

Quando um sinal é transmitido usando vários modos simultaneamente (em uma mesma frequência), a diferença das velocidades de propagação de cada um produz uma distorção (dispersão intermodal) no sinal de saída do GO. Distorção também ocorre (dispersão cromática) quando o sinal é multifrequencial.

A presença (ou ausência) de um modo particular em um guia depende, entre outros fatores, dos dispositivos colocados (que impõe CC) nas duas extremidades do GO (fonte e carga), além da frequência de operação utilizada.

2 Equações de onda

As equações de onda para o campo elétrico instantâneo $\vec{e}(r,t)$ e para o campo magnético associado \vec{h} , são obtidas a partir das equações de Maxwell na forma temporal:

$$\vec{\nabla} \times \vec{h} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{e} = -\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{d} = \rho \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{b} = 0 \quad (4)$$

onde $\vec{d} = \epsilon \vec{e}$ e $\vec{b} = \mu \vec{h}$ para os meios simples usuais, \vec{j} = densidade de corrente elétrica (A/m²) e ρ = densidade volumétrica de cargas elétricas livres (C/m³). Iremos supor que no interior (dielétrico) do guia de onda não há cargas nem correntes (portanto $\rho = 0$ e $\vec{j} = 0$) e que não há perdas nas paredes (portanto $\sigma_c = 0$), em geral.

O procedimento para obter a equação de onda para o campo elétrico pode ser o seguinte:

$$\begin{aligned} \bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{e}) &\rightarrow \bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{e} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\nabla} \times \bar{h}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{j} + \epsilon \frac{\partial \bar{e}}{\partial t} \right) \\ \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \bar{e}) - \nabla^2 \bar{e} &= -\mu \sigma_d \frac{\partial \bar{e}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{e}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \bar{e} &= \mu \sigma_d \frac{\partial \bar{e}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{e}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (5)$$

Não havendo perdas no dielétrico ($\sigma_d = 0$), (5) torna-se:

$$\nabla^2 \bar{e} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{e}}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

De modo análogo, obtém-se a equação de onda para o campo magnético:

$$\nabla^2 \bar{h} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

Quando trabalhamos com uma só frequência (ω), podemos usar a notação fasorial:

$$\bar{e}(r, t) = \text{Re} \{ \bar{E}(r) \cdot e^{j\omega t} \} \quad (8)$$

onde $\bar{E}(r)$ é um vetor complexo, independente do tempo (vetor fasor). Com esta notação (6) e (7) tornam-se:

$$\nabla^2 \bar{E} + \omega^2 \mu \epsilon \bar{E} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla^2 \bar{H} + \omega^2 \mu \epsilon \bar{H} = 0 \quad (10)$$

Usando a notação $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$ (k é conhecido como “número de onda”), podemos re-escrever (9) e (10) na forma:

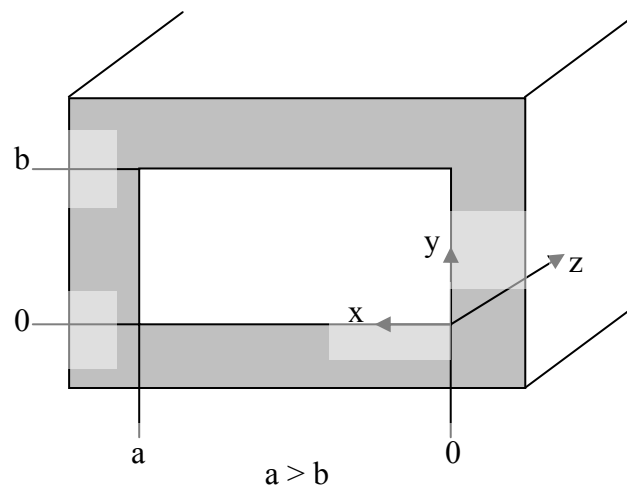
$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (11)$$

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \quad (12)$$

As características de todos os GOs são obtidas de (11) e (12), sujeitas às CCs apropriadas nas interfaces entre meios distintos.

3 Guias retangulares

Geometria:



Hipótese: todas as componentes de campo \vec{E} e \vec{H} são proporcionais a $\exp[j\omega t - \gamma z]$ onde $\gamma = \alpha + j\beta$. Neste caso, as equações de Maxwell [com $\vec{J} = \rho = 0$] fornecem:

$$\nabla_x \vec{H} = j\omega \epsilon \vec{E} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{a}_x \rightarrow \frac{\partial H_z}{\partial y} + \gamma H_y = j\omega \epsilon E_x \\ \hat{a}_y \rightarrow \frac{\partial H_z}{\partial x} + \gamma H_x = -j\omega \epsilon E_y \\ \hat{a}_z \rightarrow \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega \epsilon E_z \end{array} \right. \quad (13)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{a}_x \rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial y} + \gamma E_y = -j\omega\mu H_x \\ \hat{a}_y \rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial x} + \gamma E_x = j\omega\mu H_y \\ \hat{a}_z \rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z \end{array} \right\} \quad (14)$$

De (13) e (14) obtemos, por substituições:

$$\begin{aligned} H_x &= -\frac{1}{k_c^2} \left[\gamma \frac{\partial H_z}{\partial x} - j\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \\ H_y &= -\frac{1}{k_c^2} \left[\gamma \frac{\partial H_z}{\partial y} + j\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{1}{k_c^2} \left[\gamma \frac{\partial E_z}{\partial x} + j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} \right] \\ E_y &= -\frac{1}{k_c^2} \left[\gamma \frac{\partial E_z}{\partial y} - j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

onde $k_c^2 = \gamma^2 + k^2$ (17) é o número de onda no corte ($\gamma = 0$)

Nota-se de (15) e (16), que todas as componentes de campo são determináveis conhecendo-se E_z e H_z (componentes longitudinais determinam as componentes transversais). Logo, se $E_z = H_z = 0$ (modo TEM), todos os campos se anulam no guia.

As componentes E_z e H_z podem ser determinadas resolvendo-se as equações de onda (9) e (10) para as mesmas (sujeitas às CC nas paredes).

$$\nabla^2 E_z = -\omega^2 \mu\epsilon E_z \rightarrow \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \gamma^2 E_z = -\omega^2 \mu\epsilon E_z \quad (18)$$

$$\nabla^2 H_z = -\omega^2 \mu\epsilon H_z \rightarrow \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \gamma^2 H_z = -\omega^2 \mu\epsilon H_z \quad (19)$$

Como ou E_z ou $H_z \neq 0$, as configurações de campo nos guias costumam ser classificadas em 2 conjuntos: ondas TM (para $H_z = 0$) e TE (para $E_z = 0$). Em geral, tem-se uma combinação destes 2 tipos de onda no interior do guia.

3.1 Ondas TM

Temos: $H_z = 0$; logo se deve resolver (18) para E_z impondo as CCs:

$$E_{\tan} = 0 \rightarrow E_z = 0 \text{ para } x=0, a \text{ e } y=0, b \quad (20)$$

Solução de (18) por separação de variáveis, supondo $E_z = XYe^{-\gamma z}$ resulta em:

$$E_z = [c_1 \text{sen}Ax + c_2 \text{cos}Ax][c_3 \text{sen}By + c_4 \text{cos}By]e^{-\gamma z} \quad (21)$$

onde, usando (17), tem-se $B^2 = k_c^2 - A^2$. As constantes A, B, c_1 , c_2 , c_3 e c_4 são seleccionadas para satisfazerem (20):

$$\begin{aligned} \text{em } x = 0 &\rightarrow c_2 = 0 \\ \text{em } y = 0 &\rightarrow c_4 = 0 \\ \text{em } x = a &\rightarrow A = m \frac{\pi}{a} \quad m = 1, 2, \dots \\ \text{em } y = b &\rightarrow B = n \frac{\pi}{b} \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (22)$$

Usando (22) em (21):

$$E_z = C \text{sen}\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\gamma z} \quad m = 1, 2, \dots \quad (23)$$

onde $c = c_1 c_3$. Conhecendo-se $E_z(x, y, z)$, as demais componentes são obtidas utilizando-se (15), (16) com $H_z = 0$.

Como $k_c^2 = A^2 + B^2$, usando (22) e (17), temos:

$$\gamma = \sqrt{A^2 + B^2 - \omega^2 \mu \epsilon} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \omega^2 \mu \epsilon} \quad (24)$$

A equação (24) determina a constante de propagação para ondas TM em guias retangulares.

Para baixas frequências tal que:

$$\omega^2 \mu \epsilon \left\langle \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\rangle \quad (\text{abaixo do corte})$$

$\gamma = \alpha$ é puramente real ($\beta = 0$), não havendo transmissão de ondas TM nestas frequências (apenas atenuação).

Quando:

$$\omega^2 \mu \epsilon \left\langle \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\rangle$$

$\gamma = j\beta$ ($\alpha = 0$) e a atenuação é nula se as perdas nos condutores e dielétrico do guia são desprezadas.

A frequência na qual o radicando de (24) se anula é chamada de frequência de corte, dada por:

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2} \quad (25)$$

Logo, para $\omega > \omega_c$, temos $\gamma = j\beta$ tal que (24) torna-se:

$$\begin{aligned} \omega > \omega_c \rightarrow \beta &= \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - \omega_c^2 \mu \epsilon} = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2} \\ \omega < \omega_c \rightarrow \alpha &= \sqrt{\omega_c^2 \mu \epsilon - \omega^2 \mu \epsilon} = \omega_c \sqrt{\mu \epsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2} \end{aligned} \quad (26)$$

e a velocidade de propagação de fase é dada por (para $\omega > \omega_c$):

$$V_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2}} > c \quad (27)$$

onde $c = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ é a velocidade da onda no dielétrico livre.

Note: V_f varia com ω tal que um sinal com várias componentes de frequência irá sofrer uma dispersão ao se propagar, mudando a sua forma. Quando a dispersão não é elevada torna-se conveniente o conceito de velocidade de grupo que dá a velocidade com que o envelope se desloca (coincide com a velocidade de propagação de energia nos guias metálicos analisados). A velocidade de grupo é dada por:

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = c^2 \frac{\beta}{\omega} \rightarrow v_g \cdot v_f = c^2 \quad (27a)$$

$$v_g = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} < c$$

O comprimento de onda no guia é dado por (número real):

$$\lambda_g = \frac{v_f}{f} = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 \mu\epsilon - \omega_c^2 \mu\epsilon}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} \quad (28)$$

Note: $\lambda_g \geq \lambda$, $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{c}{f}$

Cada conjunto de inteiros (m,n) define um modo de propagação (uma certa configuração de campos com valores particulares de ω_c , β , v_f , v_g , λ_g , α , etc) que, no caso, são denominados de modos TM_{mn}.

Como m e n não podem ser nulos para modos TM_{mn} (pois E_z se anulava sempre), a mínima frequência de corte ocorrerá para m=n=1 → modo TM₁₁.

3.2 Ondas TE

Temos $E_z = 0$ e deve-se resolver (19) para H_z . Deve-se ter novamente $E_{\tan} = 0$ nas paredes; para impor as CCs (vide equações (26)) deriva-se H_z com respeito a x e y para obter-se E_x e E_y (que são tangentes às paredes) e, então, impõem-se as CCs a E_x e E_y ($E_x = 0$, $E_y = 0$). Encontra-se desta forma:

$$H_z = C \cos(Ax) \cos(By) e^{-\gamma z} \quad (29)$$

Os valores de A , B , γ , ω_c , v_f , v_g , α , β e λ_g são os mesmos válidos para os modos TM_{mn} .

Para modos TE_{mn} pode-se ter m ou n (não ambos simultaneamente) nulos sem anular os campos. De (25) vemos que a menor frequência de corte (entre todos os modos TM_{mn} ou TE_{mn}) pertence ao modo TE_{10} que é chamado modo dominante.

O modo TE_{10} é o mais usado e possui as componentes ($m=1$, $n=0$, $H_z \neq 0$ em (15) e (16)):

$$\begin{aligned} H_z &= C \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \\ H_x &= \frac{j\beta a C}{\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \\ E_y &= \frac{-j\omega\mu a C}{\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \\ H_y &= E_x = E_z = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

onde as variações com z e t foram subentendidas [$\exp(j\omega t - \gamma z)$].

Temos, ainda, para o modo TE_{10} :

$$\begin{aligned} \omega_c &= \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \frac{\pi}{a} = \frac{c\pi}{a}, \quad f_c = \frac{c}{2a}, \quad \lambda_c = 2a \\ \beta &= \sqrt{\omega^2 \mu\epsilon - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \end{aligned} \quad (31)$$

3.3 Determinação gráfica dos modos existentes no guia

Todos os modos TE_{mn} e TM_{mn} existentes em um guia retangular, que podem se propagar, podem ser determinados conhecendo-se:

- Frequência de operação;
- Dimensões do guia.

Como:

$$\beta^2 = k^2 - k_c^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]$$

devemos ter $\beta^2 > 0$ para haver propagação, logo:

$$\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 < \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2$$

Graduando-se o eixo das abscissas em termos de $\frac{1}{2a}$ e o das ordenadas em termos de $\frac{1}{2b}$, todos os modos TE e TM cujos valores (m,n) positivos estiverem no interior do círculo de raio $\frac{1}{\lambda}$ são modos possíveis de propagação no guia de dimensões (a,b).

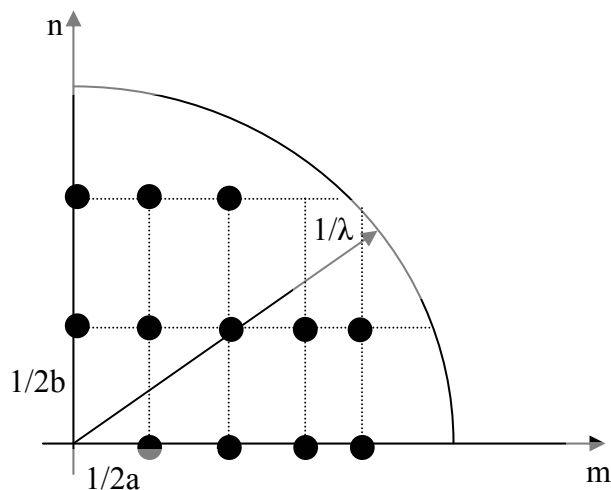
Exemplo: Determinar quantos e quais os modos podem se propagar em um guia retangular de dimensões $a = 3\text{cm}$ e $b = 1,5\text{ cm}$ quando se lança no mesmo um sinal de frequência $f = 24\text{ GHz}$.

Solução:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} = \frac{24 \times 10^9 \text{ HZ}}{3 \times 10^{10} \text{ cm/s}} = 0,8 \text{ cm}^{-1}$$

$$\frac{1}{2a} = 0,166 \text{ cm}^{-1}$$

$$\frac{1}{2b} = 0,333 \text{ cm}^{-1}$$



Modos TE_{mn} (12 modos):

$TE_{01}, TE_{02}, TE_{10}, TE_{11}, TE_{12}, TE_{20}, TE_{21}, TE_{22}, TE_{30}, TE_{31}, TE_{40}, TE_{41}$.

Modos TM_{mn} (6 modos):

$TM_{11}, TM_{12}, TM_{21}, TM_{22}, TM_{31}, TM_{41}$.

Total de modos possíveis = $12 + 6 = 18$ modos.

3.4 Configuração de campos

Este conhecimento é importante na excitação e captação do modo desejado no guia. Convém lembrar que as ondas TM_{mn} e TE_{mn} apresentam m e n variações de meia-senoides segundo x e y , respectivamente (para alguma componente de campo).

Exemplo: TE_{10} ($m=1, n=1$) \rightarrow variação de meia-senoide de E_x e $E_y = \text{constante}$ segundo y .

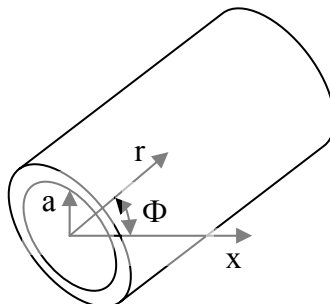
Todos os modos TE_{mn} e TM_{mn} podem ser traçados conhecendo-se a configuração dos modos $TE_{10}, TE_{11}, TE_{21}, TE_{20}, TM_{11}$ e TM_{21} , mostrados abaixo (o campo elétrico \vec{E} é representado pelas linhas sólidas e o campo magnético \vec{H} pelas linhas tracejadas):

Table 8.7
Summary of Wave Types for Rectangular Guides*

TE_{10}	TE_{11}	TE_{21}
TE_{20}	TM_{11}	TM_{21}

4 Guias circulares

Geometria:



Hipóteses:

- campos proporcionais a $\exp[j\omega t - \gamma z]$ e $\gamma = \alpha + j\beta$;
- coordenadas cilíndricas (r, Φ, z) .

Das equações de Maxwell em coordenadas cilíndricas obtém-se as componentes transversais dos campos $[H_r, H_\Phi, E_r, E_\Phi]$ em termos das duas componentes longitudinais $[H_z, E_z]$:

$$\begin{aligned}
 H_r &= -\frac{1}{k_c^2} \left[\gamma \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{j\omega\epsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \Phi} \right] \\
 H_\Phi &= -\frac{1}{k_c^2} \left[\frac{\gamma}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \Phi} + j\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \right] \\
 E_r &= -\frac{1}{k_c^2} \left[\gamma \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{j\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \Phi} \right] \\
 E_\Phi &= -\frac{1}{k_c^2} \left[\frac{\gamma}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \Phi} - j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right]
 \end{aligned} \tag{32}$$

onde $k_c^2 = \gamma^2 + k^2 = \gamma^2 + \omega^2 \mu\epsilon$

A equação de onda para E_z em coordenadas cilíndricas é dada por:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \Phi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu \varepsilon E_z \quad (33)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \Phi^2} + k_c^2 E_z = 0$$

Para H_z vale uma equação idêntica à (33).

Solução de (33) por separação de variáveis:

$$E_z = R(r)F(\Phi)Z(z) \quad (i) \quad Z(z) = e^{-\gamma z}$$

(i) em (33):

$$F R'' Z + \frac{1}{r} R' F Z + \frac{R}{r^2} F'' k_c^2 R F Z = 0$$

$$r^2 \frac{R''}{R} + r \frac{R'}{R} + \frac{F''}{F} = -k_c^2 r^2$$

$$R'' + \frac{1}{r} R' + \left(k_c^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (ii) \text{ equação diferencial ordinária de Bessel}$$

$$F'' + n^2 F = 0 \quad (iii)$$

Solução de (iii):

$$F(\Phi) = A \cos(n\Phi) + B \sin(n\Phi) \quad (iv)$$

Solução de (ii):

$$R(r) = C J_n(k_c r) + D N_n(k_c r) \quad (v)$$

Onde:

- A, B, C, D = constantes relacionadas às CCs;
- $J_n(\cdot)$ = função de Bessel ordinária de ordem n, de primeira espécie;
- $N_n(\cdot)$ = função de Neuman ordinária de ordem n, de segunda espécie.

Como os campos devem ser finitos para $\gamma = 0 \rightarrow D = 0$ (cabos coaxiais podem ter $D \neq 0$) e podemos substituir (v) e (iv) em (i) obtendo:

$$E_z = J_n(k_c r) [A_n \cos(n\Phi) + B_n \sin(n\Phi)] e^{-\gamma z} \quad (34)$$

(idem para H_z)

4.1 Ondas TM

No caso: $\begin{cases} H_z = 0, E_z \neq 0 \text{ dados por (2.75)} \\ \text{Condições de contorno : } E_{\tan \text{ parede}} = 0 \rightarrow E_z|_{r=a} = 0 \text{ em (2.75) resulta em :} \end{cases}$

$$J_n(k_c r) = 0 \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (35)$$

As raízes de (35) serão denominadas p_{nl} e os modos correspondentes TM_{nl} ($l = 1, 2, \dots$). Teremos então:

$$p_{nl} = k_c a \rightarrow k_c = \frac{p_{nl}}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_c} = \frac{\omega_c}{c}, \omega_c = c \left(\frac{p_{nl}}{a} \right) \quad (36)$$

$$\lambda_c = \frac{2\pi a}{p_{nl}}$$

$$\beta_{nl} = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - \omega_c^2 \mu \epsilon} = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - \left(\frac{p_{nl}}{a} \right)^2} \quad (37)$$

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - \left(\frac{p_{nl}}{a} \right)^2}} \quad (38)$$

As raízes p_{nl} de $J_n(x)$ são tabeladas:

$n \backslash l$	1	2	3	4
0	2,41	5,52	8,65	11,79
1	3,83	7,02	10,17	13,32
2	5,14	8,42	11,62	14,80
3	6,38	9,76	13,02	

Para a menor frequência de corte dos modos $TM_{nl} \rightarrow TM_{01}$ temos:

$$\lambda_{c, TM_{01}} = \frac{2\pi a}{2,41} = 2,61a \quad (39)$$

Seqüência dos modos em orde m crescente de ω_c : $TM_{01}, TM_{11}, TM_{21}, TM_{02}, TM_{31}, TM_{12}, \text{ etc.}$

4.2 Ondas TE

No caso: $\begin{cases} E_z = 0, H_z \neq 0 \text{ dados por (2.75)} \\ \text{Condições de contorno : } E_{\text{tan parede}} = 0 \rightarrow E_\phi|_{r=a} = 0 \text{ de (2.73) e (2.75):} \end{cases}$

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu C_n}{k_c} J'_n(k_c r) \cos(n\phi) e^{-\gamma z} \quad (40)$$

onde $J'_n(k_c r) = \frac{\partial J_n(k_c r)}{\partial(k_c r)}$. Logo, as CCs tornam-se:

$$J'_n(k_c a) = 0 \quad (41)$$

As raízes p'_{nl} de $J'_n(x) = 0$ são tabeladas:

$\begin{matrix} l \\ n \end{matrix}$	1	2	3	4
0	3,83	7,02	10,17	13,32
1	1,84	5,33	8,54	11,71
2	3,05	6,71	9,97	13,17
3	4,20	8,02	11,35	

Para cada raiz p'_{nl} existe um modo TE_{nl} correspondente onde:

$$p'_{nl} = k_c a \rightarrow k_c = \frac{p'_{nl}}{a}, \omega_c = c \left(\frac{p'_{nl}}{a} \right), \lambda_c = \frac{2\pi a}{p'_{nl}} \quad (42)$$

O modo TE com menor ω_c é TE_{11} ($\lambda_{c,TE_{11}} = \frac{2\pi a}{1,84} = 3,41a$). Como este valor de ω_c é o menor entre os modos TM também, o modo TE_{11} é chamado de modo dominante em guias circulares. O modo com ω_c imediatamente superior é o TM_{01} .

Configurações de campos dos modos TE_{11} e TM_{01} (o campo elétrico \vec{E} é representado pelas linhas sólidas e o campo magnético \vec{H} pelas linhas tracejadas):

Table 8.9
Summary of Wave Types for Circular Guides^a

Wave Type	TM ₀₁	TM ₁₁	TE ₀₁	TE ₁₁
Field distributions in cross-sectional plane, at plane of maximum transverse fields				
Field distributions along guide				
Field components present	E_r, E_z, H_ϕ	E_r, E_ϕ, H_r, H_ϕ	H_r, H_ϕ, E_z	H_r, H_ϕ, E_r, E_ϕ
f_{c01} or f_{c11}	$\frac{2.405}{a}$	$\frac{3.83}{a}$	$\frac{3.83}{a}$	$\frac{1.84}{a}$
$(\lambda_c)_{01}$	$2.61a$	$1.64a$	$1.64a$	$3.41a$
$(\lambda_c)_{11}$	$\frac{0.383}{\alpha\sqrt{\mu\epsilon}}$	$\frac{0.609}{\alpha\sqrt{\mu\epsilon}}$	$\frac{0.609}{\alpha\sqrt{\mu\epsilon}}$	$\frac{0.293}{\alpha\sqrt{\mu\epsilon}}$
Attenuation due to imperfect conductors	$\frac{R_s}{\alpha\eta} \frac{1}{\sqrt{1-(\lambda_c/f)^2}}$	$\frac{R_s}{\alpha\eta} \frac{1}{\sqrt{1-(\lambda_c/f)^2}}$	$\frac{R_s}{\alpha\eta} \frac{(\lambda_c/f)^2}{\sqrt{1-(\lambda_c/f)^2}}$	$\frac{R_s}{\alpha\eta} \frac{1}{\sqrt{1-(\lambda_c/f)^2}} \left[\left(\frac{\lambda_c}{f}\right)^2 + 0.420 \right]$

^a Electric field lines are shown solid and magnetic field lines are dashed.

Vantagens dos guias circulares sobre os retangulares:

- Menores perdas;
- Permite junções girantes.

Desvantagens:

- Polarização pode girar involuntariamente;
- Faixa estreita entre TE_{11} e TM_{01} .

5 Outros tipos de guias

5.1 Guia elíptico

Modo dominante é o TE_{11} (par) como indicado.

Usados quando flexibilidade é importante, por exemplo: ligação do transceptor à antena onde existem curvas. Às vezes o interior é corrugado para facilitar a flexão.

5.2 Guia com saliência (“ridged waveguide”)

A saliência interna pode ser simples ou dupla.

O efeito da saliência é diminuir f_c para o modo TE_{10} (dominante) mantendo inalterado a f_c do modo seguinte (aumento da faixa onde somente TE_{10} se propaga).

Desvantagens com relação ao guia retangular equivalente (mesmos a,b): menor potência transmitida (antes do surgimento de arcos), maior atenuação por unidade de comprimento.

5.3 Guia dielétrico (fibra óptica)

A propagação é por reflexão interna total na interface elétrica.

São usados em frequências elevadas (faixa milimétrica e óptica) onde os guias metálicos dariam atenuações muito altas devido à pequena seção transversal requerida.

6 Filtros de modos

Se devido à frequência do sinal utilizado, houver propagação de vários modos, a potência do sinal se distribui entre todos estes modos. Se for conveniente a transmissão do sinal por um só modo (caso usual), há necessidade de se evitar a propagação de todos os outros modos indesejáveis que, em muitos casos, pode ser feito utilizando-se supressores (ou filtros) de modos.

Estes filtros consistem de superfícies condutoras (telas) que refletem os modos indesejados, sem perturbar o modo que se deseja propagar. Para filtrar os modos indesejáveis são colocados fios metálicos paralelos à direção de \vec{E} dos modos correspondentes, desde que o modo que se deseja propagar não tenha \vec{E} também paralelo a estes fios.

7 Atenuação em G.O.

Pode ser devida a um dos seguintes mecanismos (ou combinação dos que existem):

- (a) Perdas nas paredes condutoras do G.O.;
- (b) Perdas no dielétrico que preenche o G.O.;
- (c) Utilização de sinal com frequência abaixo do corte;
- (d) Outros mecanismos: radiação, descasamento de impedâncias, conversão entre modos.

Nota: Atenuação não significa atenuação de energia, em geral.

Atenuação devido às paredes

Seja \vec{F} o campo que se propaga (\vec{E} ou \vec{H}), dado por ($f > f_c$):

$$\vec{F} = \vec{F}_0(x, y)e^{-\alpha z}e^{-j\beta z} \quad (V/m \text{ ou } A/m)$$

A potência média transmitida será proporcional a $|\vec{F}|^2$:

$$P_{Tr} = P_0(x, y)e^{-2\alpha z} \quad (W)$$

$$\frac{\partial P_{Tr}}{\partial z} = -2\alpha P_0(x, y)e^{-2\alpha z} = -2\alpha P_{Tr}$$

$$\alpha = \frac{1}{2P_{Tr}} \left(-\frac{\partial P_{Tr}}{\partial z} \right) \rightarrow \alpha \cong \frac{P_d}{2P_{Tr}} \quad (N_p / m) \quad (43)$$

onde $P_d \cong -\frac{\partial P_{Tr}}{\partial z}$ = perda de potência por unidade de comprimento segundo “z” devido às paredes condutoras imperfeitas (W/m).

A potência média transmitida (para um modo) é obtida integrando-se o valor médio do vetor de Poynting na secção transversal:

$$P_{Tr} = \int_{S_T} \langle s \rangle_z dS = \frac{1}{2Z} \int_{S_T} |\vec{E}_T|^2 dS = \frac{Z}{2} \int_{S_T} |\vec{H}_T|^2 dS \quad (44)$$

onde $\langle s \rangle_z$ = valor médio da componente longitudinal do vetor de Poynting = $-\frac{1}{2} E_y H_x$, por exemplo, para TE₁₀ em guia retangular.

\vec{E}_T, \vec{H}_T = campos \vec{E}, \vec{H} transversais à direção de propagação:

$$\begin{aligned} |\vec{E}_T|^2 &= |E_x|^2 + |E_y|^2 \rightarrow \text{guias retangulares} \\ |E_r|^2 + |E_\phi|^2 &\rightarrow \text{guias circulares} \end{aligned} \quad (45)$$

(idem para $|\vec{H}_T|^2$)

Z = impedância de onda do modo considerado. Para $f > f_c$:

$$\begin{aligned} Z_{TM} &= \frac{E_x}{H_y} = \frac{\gamma}{j\omega\epsilon} = \eta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \rightarrow \text{modos TM} \\ Z_{TE} &= \frac{E_x}{H_y} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \rightarrow \text{modos TE} \end{aligned} \quad (46)$$

$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ = impedância intrínseca do meio dielétrico.

Como os campos transversais são funções de E_z e H_z pode-se escrever (44) em função destas componentes longitudinais obtendo-se:

$$\begin{aligned} P_{Tr} &= \frac{1}{2\eta} \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \int_{S_T} E_z^2 dS \rightarrow \text{modos TM} \\ P_{Tr} &= \frac{\eta}{2} \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \int_{S_T} H_z^2 dS \rightarrow \text{modos TE} \end{aligned} \quad (47)$$

Notas:

- 1) As equações (44) e (47) independem da forma da secção transversal do G.O..
- 2) De (47) nota-se que, para $f \rightarrow \infty$, temos $E_z \rightarrow 0$ para modos TM e $H_z \rightarrow 0$ para modos TE; logo, para $f \rightarrow \infty$, as ondas TE e TM aproximam-se da onda TEM, para uma potência transmitida fixa.

Para utilizar (43) no cálculo de α é necessário determinar a expressão de P_d . Procedimento de engenharia utilizado: considera-se inicialmente o G.O. sem perdas e determinam-se os campos tangentes às paredes ($\vec{E}_T = 0, \vec{H}_T \neq 0$ com $|\vec{H}_T| = |\vec{J}_s|$); supõe-se \vec{H}_T inalterado pelas baixas perdas e calcula-se o novo \vec{E}_T ; P_d é calculado integrando-se o vetor de Poynting normal às paredes do G.O.:

$$P'_d = \int_{paredes} \langle s_n \rangle dS = \frac{1}{2} \int_{paredes} \text{Re}[E_t H_t^*] dS \quad (48)$$

Mas $E_t = \eta H_t$ e, para obter P_d , $dS = dl$ onde dl é o perímetro da secção transversal. Logo:

$$P_d = \frac{1}{2} \int_{perimetro} \text{Re}(\eta) |H_t|^2 dl \quad (W / m) \quad (49)$$

Mas:

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu_p}{\sigma_p + j\omega\varepsilon_p}} \rightarrow \text{impedância intrínseca da parede} (\Omega) \quad (50)$$

Para parede boa condutora ($\sigma \gg \omega\varepsilon$) podemos desenvolver (50) em série:

$$\begin{aligned} \eta &= \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \frac{\sqrt{j}}{\sqrt{1 + j\frac{\omega\varepsilon}{\sigma}}} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \frac{\sqrt{e^{j\frac{\pi}{2}}}}{\sqrt{1 + j\frac{\omega\varepsilon}{\sigma}}} = e^{\frac{j\pi}{4}} \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{1 + j\frac{\omega\varepsilon}{\sigma}}} \\ \eta &= e^{\frac{j\pi}{4}} \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \left(1 - \frac{j\omega\varepsilon}{2\sigma} + \dots \right) \approx e^{\frac{j\pi}{4}} \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \\ \eta &\cong Z_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} (1 + j) \rightarrow \text{Re}(\eta) = R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu_p}{2\sigma_p}} = \frac{1}{\delta\sigma} (\Omega) \end{aligned} \quad (51)$$

Substituindo (51) em (49):

$$P_d = \frac{R_s}{2} \int_{\text{perímetro}} |H_t|^2 dl = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \int_{\text{perímetro}} |H_t|^2 dl \quad (52)$$

Logo, de (44) e (52) obtemos:

$$\alpha = \frac{P_d}{2P_{Tr}} = \frac{R_s}{2Z} \frac{\int_{\text{perímetro}} |H_t|^2 dl}{\int_{S_T} |H_t|^2 dl} \quad (53)$$

A expressão (53) vale para qualquer guia condutor oco.

Para o modo dominante (TE₁₀) em guia retangular, (53) resulta em:

$$\alpha = \frac{R_s}{b\eta\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 \right] (N_p / m) \quad (54)$$

onde $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ = impedância do dielétrico que preenche o G.O.

Note, de (54):

$$\alpha \rightarrow \infty \text{ para } \left\{ \begin{array}{l} f = f_c, \text{ pois } \sqrt{\quad} \rightarrow 0 \\ f \rightarrow \infty, \text{ pois } R_s \rightarrow \infty \end{array} \right\}$$

α diminui com aumento de “b”.

Faixa ampla de freqüência onde se propaga apenas o modo dominante TE₁₀ requer $b \cong \frac{a}{2}$ (valor prático).

7.1 Atenuação devido a perdas no dielétrico

Temos ainda válida (17):

$$\gamma^2 = k_c^2 - k_d^2 \quad (55)$$

$$\text{onde } k_d^2 = \omega^2 \mu \epsilon_d = \omega^2 \mu \epsilon \left[1 - \frac{j\sigma}{\omega \epsilon} \right], \quad \omega^2 \mu \epsilon = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2, \quad k_c^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \right)^2 \quad (56)$$

Usando (56) em (55):

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \left[1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right] = \\ \gamma &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2 - 1 \right] + j \frac{\sigma}{\omega \epsilon}} \end{aligned} \quad (57)$$

Separação das partes real e imaginária de (57):

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2 - 1 \right] \left[1 + j \frac{\sigma}{\omega \epsilon \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2 - 1 \right]} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} = \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2 - 1} \left[1 + j \frac{\sigma}{\omega \epsilon \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2 - 1 \right]} \right]^{\frac{1}{2}} \rightarrow \text{sem aproximação} \end{aligned}$$

Supondo $\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \ll 1$ e $\lambda < \lambda_c$ (propagação acima do corte):

$$\gamma \cong \frac{1}{\lambda \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2}} \frac{\pi \sigma}{\omega \epsilon} - j \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2} \quad (58)$$

Logo:

$$\alpha_d \cong \frac{\pi\sigma}{\omega\lambda\varepsilon\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} = \frac{\sigma\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}}{2\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (59)$$

$$\beta_d = \beta \quad (60)$$

como visto em (26)

Nota:

Para $f \gg f_c$ teremos ($f \rightarrow \infty$):

$$\alpha_d \approx \frac{1}{2}\sigma\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad \beta_d \approx \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \text{valores no dielétrico livre}$$

Quando $f = f_c$ (59) e (60) dizem que $\alpha_d \rightarrow \infty$, $\beta_d = 0$, mas nesta frequência e em suas proximidades estas expressões não devem ser usadas. Neste caso (57) fornece:

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda_c} \sqrt{\frac{j\sigma}{\omega_c\varepsilon}} = \frac{2\pi}{\lambda_c} \sqrt{\frac{\sigma}{\omega_c\varepsilon}} e^{j\left(\frac{\pi}{4}+n\pi\right)} = \frac{2\pi}{\lambda_c} \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega_c\varepsilon}} (1+j)$$

$$\alpha_d = \beta_d = k_c \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega_c\varepsilon}} \quad (61)$$

7.2 Atenuação por operação abaixo do corte

Para $f \leq f_c$, vimos que (26):

$$\alpha_c = \sqrt{k_c^2 - k^2}, \quad k_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\alpha_c = k_c \sqrt{1 - \left(\frac{k}{k_c}\right)^2} = \frac{2\pi}{\lambda_c} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^2} = \frac{2\pi f_c}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \quad (62)$$

De (62) nota-se que: $\alpha_c = 0$ para $f = f_c$ e para $f \ll f_c$ ($f \rightarrow 0$) temos:

$$\alpha_c \cong \frac{2\pi}{\lambda_c} = k_c, \quad f \ll f_c \quad (63)$$

A equação (63) é importante na construção de atenuadores, pois α_c independe da frequência se $f \ll f_c$ e depende apenas de λ_c , que relaciona-se diretamente com as dimensões do G.O. (dimensão menor \rightarrow atenuações maiores, para uma dada frequência).

Caso exista os 3 tipos de atenuações atuando simultaneamente, um valor aproximado para a constante de atenuação total (α_{total}) é obtido pela soma:

$$\alpha_{total} = \alpha + \alpha_d + \alpha_c \quad (64)$$

Exercícios sobre guias de onda:

- 1) Um guia de onda retangular precisa ser projetado para operar na faixa de frequência de 7,5 a 10,0 GHz. Calcule suas dimensões internas tal que os seguintes critérios de projeto sejam satisfeitos: (a) existência de apenas um modo de propagação; (b) a frequência usável mais baixa deve estar 10% acima do corte; (c) a frequência usável mais alta deve estar 5% abaixo da frequência onde o modo superior mais próximo pode se propagar.
- 2) As dimensões de um guia retangular são $a = 2,4\text{cm}$, $b = 1,2\text{ cm}$. Na frequência de 13,0 GHz, quais modos que podem se propagar?
- 3) Calcule o coeficiente de atenuação nas paredes de um guia retangular operando no modo TE_{10} , dimensão $a = 7,214\text{ cm}$ e $b = 3,404\text{ cm}$, feito de latão ($\sigma_c = 1,1 \times 10^7 \text{ S/m}$) e operando na frequência de 3,0GHz. Qual a perda, em dB, para uma seção de guia de comprimento 45 cm?
- 4) Calcule o coeficiente de atenuação no dielétrico para um guia de onda da banda X preenchido com teflon ($\epsilon_r = 2,1$ e $\sigma_d = 10^{-15} \text{ S/m}$) e operando em 9,0 GHz.
- 5) Em um guia circular, a frequência de corte do modo dominante é 5 GHz. Qual é a faixa de frequência onde apenas este modo se propaga?

Fibras Ópticas (FO)

1 Introdução

Vimos que, ao aumentarmos a frequência da onda guiada, passamos de estruturas guiadoras de dois condutores (LT) para estruturas de apenas um condutor (GO). Isto ocorre porque as perdas nos condutores aumentam ao elevarmos a frequência, de uma forma muito mais importante que as perdas dielétricas. Na faixa óptica, o número de condutores é zero e as estruturas guiadoras são constituídas apenas de materiais dielétricos. Estas estruturas podem estar integradas em um substrato (formando um circuito óptico integrado-COI, OIC) ou formando uma fibra óptica (FO). É interessante verificar a evolução do cabo coaxial (LT), que transmite até frequência nula (CC), para guia cilíndrico circular (retirando condutor interno), na faixa de microondas e para FO (substituindo o condutor externo do GO por material dielétrico).

Se as perdas dielétricas são tão menores que as condutivas, por que não utilizamos FO e GO para transmitir energia elétrica em 60 Hz, por exemplo?

A inviabilidade ocorre devido às dimensões enormes requeridas na seção transversal dessas duas estruturas para essas frequências muito baixas. No entanto, note que é comum o uso de meio dielétrico exclusivo na propagação de microondas (como uma antena na atmosfera terrestre) e de sinais ópticos de distância muito longa (vindos de estrelas, do Sol e de planetas). Também é comum o uso de antenas para transmissão de sinais de baixa frequência na atmosfera (HF, MF, LF, VLF, ULF, etc).

Convém também notar que se podem utilizar microondas (usinas geoestacionária, alimentação de avião/ helicóptero) e sinais ópticos (células fotovoltaicas) para obter energia elétrica.

A FO, além do uso comum em comunicações de longas distâncias na forma passiva, pode ser dopada e bombeada, transformando-se numa estrutura guiada ativa, permitindo seu uso como amplificadores e osciladores ópticos.

2 Fibras ópticas (passivas)

Fibra óptica é um guia de onda dielétrico que opera em frequências ópticas. Sua forma geométrica é geralmente cilíndrico-circular.

Estrutura:

- Região central = núcleo;
- Camada envolvente ao núcleo = casca;
- Cobertura, envolvendo a casca.

Material utilizado: o núcleo da fibra pode ser de vidro ou de plástico, o mesmo podendo ocorrer com a casca. Quando é usado plástico, as perdas aumentam bastante, mas o custo cai bastante; servem apenas para comunicações em distâncias curtas.

Classificação quanto ao número de modos que podem se propagar na fibra:

- Fibra monomodo: um só modo;
- Fibra multimodo: mais que um modo.

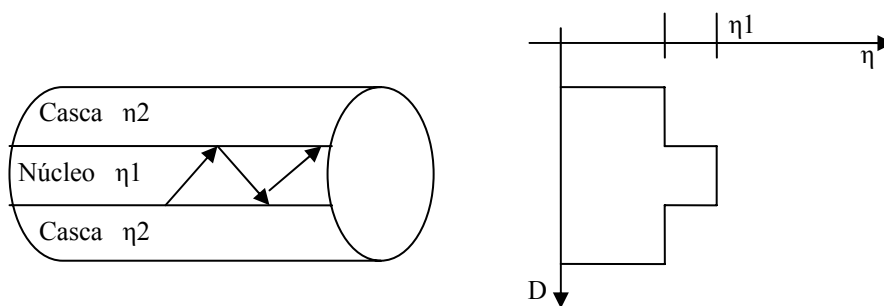
Classificação quanto à variação do índice de refração na seção transversal da fibra:

- Fibra com índice degrau;
- Fibra com índice parabólico (gradual);
- Fibra com outros perfis.

Notar que o índice de refração de um meio homogêneo é:

$$\eta(\lambda) = \frac{c_0}{c_{meio}(\lambda)} \quad (1)$$

onde c_0 é a velocidade da luz no vácuo e c_{meio} é a velocidade de propagação da luz no meio, em geral função de λ .



O mecanismo responsável pela condução da luz ao longo da fibra é a chamada reflexão interna total.

A Lei de Snell demonstra que:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} \quad (2)$$

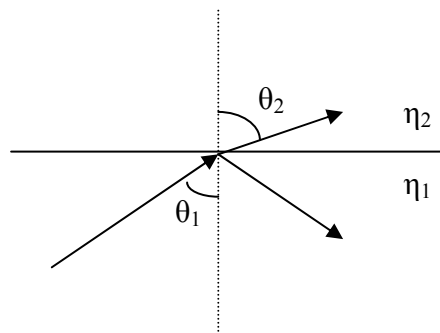


Figura 2: Reflexão interna parcial para $\eta_1 > \eta_2$.

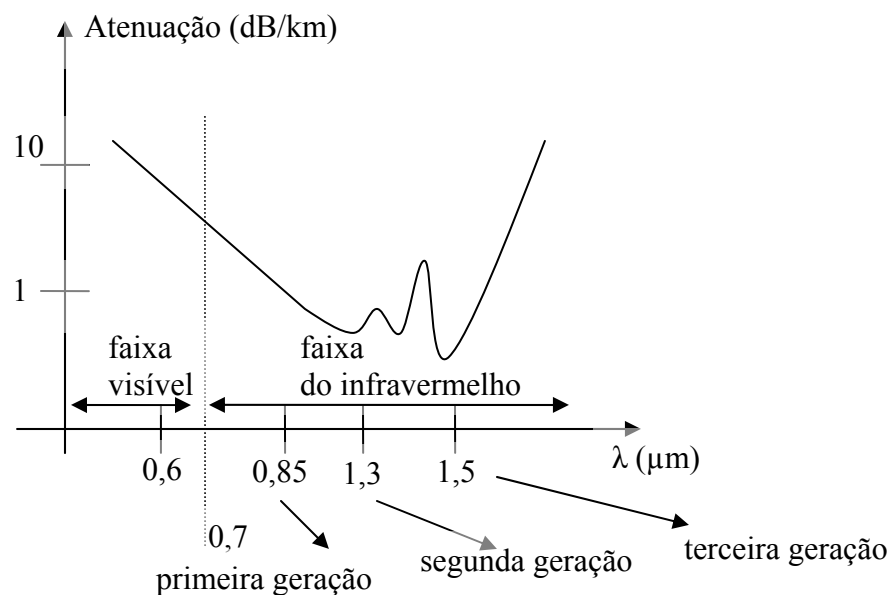
Quando $\theta_2 = 90^\circ$ não há passagem do sinal ao meio 2 e o ângulo θ_1 correspondente é chamado de ângulo crítico. Por Snell:

$$\text{sen } \theta_c = \frac{\eta_2}{\eta_1} \rightarrow \theta_c = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\eta_2}{\eta_1}\right) \quad (3)$$

A fibra afeta o sinal que se propaga por ela de duas formas, introduz:

- Atenuação;
- Distorção (ou dispersão).

Um destes dois fenômenos será o responsável pelo comprimento máximo da fibra, pois o sinal sendo transmitido não será mais reconhecido, com segurança necessária, no receptor.



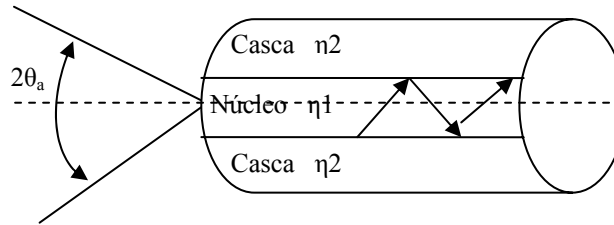
A atenuação é devida a:

- Absorção por defeitos atômicos no material;
- Absorção por átomos de impureza no material;
- Absorção intrínseca pelos átomos que constituem o material (espalhamento Rayleigh);
- Perda radiativa, por curvatura da fibra;
- Perdas de acoplamento na entrada e saída da FO;
- Perdas nas conexões entre fibras.

Perdas de luz devido a diferenças de índices de refração de dois meios, na sua interface, são chamadas de perdas de Fresnel.

2.1 Abertura numérica

O sinal óptico precisa ser acoplado à fibra óptica para que haja o correto funcionamento do sistema. Há um ângulo de incidência limite para os raios que penetram no núcleo da FO, acima do qual os raios não satisfazem as condições de reflexão interna total e, portanto, são perdidas para a casca da FO. Este ângulo (ângulo de aceitação da FO) é deduzido usando a lei de Snell, resultando:



$$\theta_a = \text{sen}^{-1} \left[\frac{(\eta_1^2 - \eta_2^2)^{1/2}}{\eta_{ar}} \right] \quad (4)$$

Abertura numérica (NA):

$$NA = \eta_0 \text{sen} \theta_a = (\eta_1^2 - \eta_2^2)^{1/2} \quad (5)$$

2.2 Raios inclinados ou oblíquos

Nem todos os raios captados pelas FO propagam-se no plano contendo o eixo da FO (chamados raios meridionais). Estes outros raios são chamados inclinados ou oblíquos (“skew rays”) e tendem a se propagar próximos à casca. Para FO com abertura numérica (AN) muito grande a contribuição dos raios inclinados na captação de luz pela FO pode ser significativa. Na maioria dos casos AN é pequena e os mesmos podem ser desprezados.

2.3 Modos nas fibras ópticas

Podem ser do tipo TE, TM (raios meridionais) e EH, HE (modos híbridos, correspondentes à propagação de raios inclinados). Os modos que se propagam em uma FO possuem condições de corte, que limita a propagação (modo cessa de existir).

O número de modos possíveis de se propagarem em uma dada FO pode ser determinado a partir da frequência normalizada ou número V (parâmetro de volume de modo, etc).

$$V = \frac{2\pi R}{\lambda} NA \quad (6)$$

onde R é o raio do núcleo da FO e λ o comprimento de onda da fonte óptica.

Em uma FO do tipo degrau o número estimado de modos (N) é dado por:

$$N = \frac{V^2}{2} \quad (7)$$

Para diminuir o número de modos (diminuindo a dispersão modal), deve-se diminuir V por:

- Redução do núcleo (R);
- Aumento do λ (pode aumentar atenuação);
- Diminuição da diferença entre os índices do núcleo e da casca.

Verifica-se que, para $V < 2,405$, apenas um modo (raio axial) pode-se propagar pela FO tipo degrau: é o modo fundamental HE_{11} . Nesta situação temos uma fibra monomodo. Para FO de perfil de índice gradual, a operação monomodo ocorre para:

$$V < 2,405 \left(1 + \frac{2}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

onde α = parâmetro de perfil gradual (define o tipo de variação do índice de refração do núcleo da FO).

No caso do perfil degrau, a FO será monomodo quando V for inferior a 2,405. Como $V=V(\lambda)$, a FO monomodo pode, também, ser caracterizada por um comprimento de onda de corte (λ_c):

$$\lambda_c = \frac{\lambda V}{2,405} = \frac{2\pi a NA}{2,405} \cong \frac{2\pi a n_1 \sqrt{2\Delta}}{2,405} \quad (9)$$

$$\Delta \cong \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_1} \quad (10)$$

Se $\lambda > \lambda_c \rightarrow$ fibra monomodo.

2.4 Dispersão

A dispersão na FO, resultado dos atrasos diferentes na propagação de um ou mais modos que transportam a energia luminosa, resulta na distorção dos sinais transmitidos, impondo uma limitação na capacidade de transmissão da FO. No caso da transmissão digital, a distorção dos pulsos limita a taxa máxima de transmissão de informação por unidade de tempo (bits por segundo) e na transmissão analógica impõem uma limitação na banda passante que pode ser utilizada.

Existem 3 tipos de dispersão em FO:

- Dispersão modal ou intermodal;
- Dispersão material;
- Dispersão do guia de onda.

A dispersão modal ou intermodal ocorre em FO multimodo e resulta da velocidade de grupo diferente para a propagação de modos distintos na FO, para um mesmo λ . As outras duas dispersões são chamadas de dispersão cromática ou intramodal (espectral) e resultam da dependência da velocidade de propagação de grupo de um modo individual com relação ao comprimento de onda. Note que os efeitos danosos deste tipo de dispersão aumentam com o aumento da largura espectral da fonte luminosa e com o aumento do comprimento da FO.

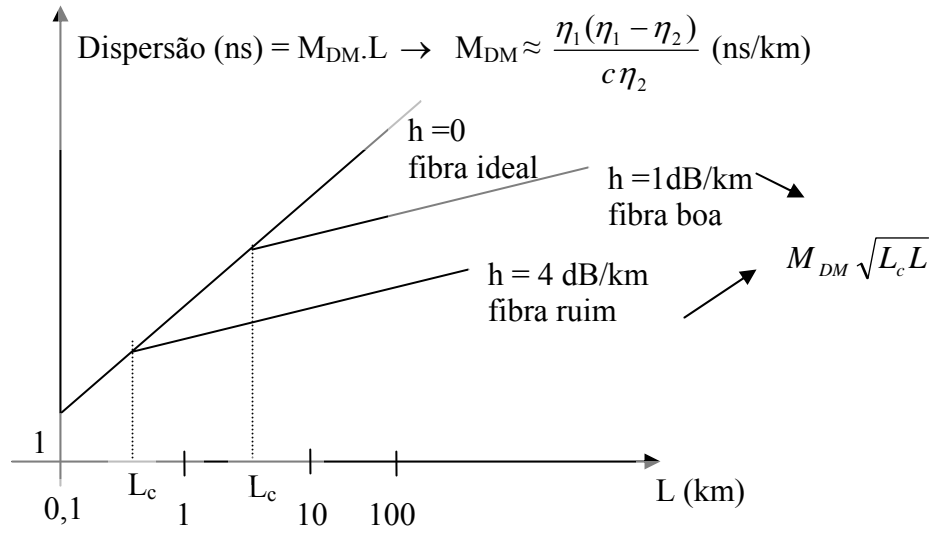
2.4.1 Dispersão modal (DM)

Afeta apenas FO multimodo e resulta dos atrasos diferentes na propagação, numa única frequência óptica, para os vários modos presentes.

A DM para FO com índice de grau (ID) é, tipicamente, bem maior que para FO com índice gradual (IG). Nestes dois tipos de FO a DM pode ser diminuída, reduzindo a abertura numérica da FO (que dificulta o acoplamento da potência luminosa e o confinamento da potência no núcleo). Para um valor típico de $AN=0,2$ ($\Delta \cong 1\%$) tem-se uma dispersão modal $\cong 14$ ns/km para fibra ID e $\cong 14$ ps/Km para fibra IG.

Imperfeições geométricas e na composição da FO causam os fenômenos de filtragem e acoplamento entre modos, que influem na dispersão modal. A filtragem de modo consiste na atenuação seletiva de certos modos e o acoplamento de modos ocorre, principalmente, no comprimento inicial da FO multimodo e tem, como efeito, uma certa equalização dos atrasos de propagação dos diversos modos, reduzindo, portanto, a dispersão modal, porém aumentando a atenuação.

A partir de um certo comprimento da FO, conhecido como comprimento de equilíbrio modal (L_c), a dispersão modal deixa de crescer linearmente com L (comprimento da FO) e passa a crescer aproximadamente com $\sqrt{L_c L}$. Na prática L_c varia entre 100 e 550m. Na figura abaixo, mostra-se o efeito do acoplamento de modos na dispersão em FO longas, para vários níveis de excesso de perdas induzidas pelo acoplamento entre modos.



2.4.2 Dispersão material

Em geral, a dispersão material e de guia de onda (dispersão cromática) são interdependentes. No entanto, é possível estimar a dispersão intramodal somando-se as dispersões materiais e de guia de onda calculadas individualmente, uma na ausência da outra.

O índice de refração do material que compõe a FO depende do comprimento de onda (ou frequência) do sinal óptico transmitido. Isto resulta em diferentes atrasos (velocidades) de propagação para os vários componentes espectrais de um dado modo de propagação, resultando na dispersão material. A diversidade de componentes espectrais dos modos transmitidos é imposta pelas fontes luminosas (LED ou LD) que emitem luz policromática (emissão de vários λ 's em torno do λ central).

Espalhamento eficaz (rms) devido à dispersão material:

$$\sigma_{material} \cong \sigma_{\lambda} \cdot M \cdot L (ps) \tag{11}$$

onde: σ_{λ} = largura espectral eficaz da fonte luminosa (nm);

L = comprimento da FO (km);

$$M = \frac{\lambda}{C} \left(\frac{d^2 n}{d\lambda^2} \right) = \text{parâmetro de dispersão material do meio que compões o núcleo,}$$

em ps/(nm.km) = coeficiente de dispersão material.

A dispersão material pode ser reduzida utilizando fontes luminosas com menor largura espectral (menor σ_{λ}). Note que existe um valor de λ para o qual a dispersão material é nula. Este comprimento de onda de dispersão material zero varia com a dopagem

utilizada na FO, sendo, na sílica pura, da ordem de 1,27 μm . Este fato, associado às baixas perdas, incentivou o desenvolvimento de sistemas ópticos em 1,3 μm .

Em FO multimodo tipo ID, a dispersão modal suplanta a dispersão material, e esta pode ser desprezada face à primeira. Em FO multimodo tipo AG e em FO monomodo, a dispersão material tem uma contribuição importante na dispersão total e não pode ser desprezada.

2.4.3 Dispersão de Guia de Onda

Ocorre porque a constante de propagação de um dado modo é função de a/λ ou, equivalentemente, V é função de a/λ . Nesta situação, consideramos que n não é função de λ .

Combinando a dispersão material com a de guia de onda, obtém-se a dispersão cromática total [D = coeficiente de dispersão].

Dispersão material:

$$M = \frac{\lambda}{c} \left(\frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} \right) \quad (12)$$

Dispersão de guia de onda para um modo

$$M' = \frac{\lambda}{c} \left(\frac{d^2 n_{ef}}{d\lambda^2} \right) \quad (13)$$

$M + M' = D \rightarrow$ dispersão (ps/(nm.km))

Pode-se conseguir o deslocamento da dispersão cromática nula da região de 1,3 μm para a região de 1,55 μm , onde a atenuação é mínima, obtendo-se as chamadas fibras com dispersão deslocada (OSF). Consegue-se isto se manipulando o perfil de dopagem e as dimensões da FO monomodo.

Pode-se também obter FO com dispersão cromática mínima em uma faixa espectral ampla, obtendo-se as FO com dispersão plena:

$$\text{Nota: } \sigma_{total}^2 = \sigma_{crom.}^2 + \sigma_{DM}^2 = [(M + M')\sigma_\lambda L]^2 + [M_{DM} L]^2 \quad (\text{ns}^2) \quad (14)$$

Como visto, a largura de banda de transmissão em fibras monomodo é limitada pela dispersão material e de guia de onda, enquanto que em FO multimodo ela é causada principalmente pela diferença na velocidade de grupo dos vários modelos propagantes (dispersão modal). Quando a fonte óptica possui uma grande largura de linha, como no caso do LED, a dispersão material pode ser a predominante, dependendo da faixa central do λ .

Como visto, um fator fundamental na fixação da largura de banda é a variação da velocidade de grupo (v_g) com λ e pelo fato de v_g variar de um modo para outro.

A velocidade v com que uma onda plana propaga-se em um meio com índice de refração n_1 é:

$$v = \frac{c_0}{n_1}, \quad c_0 = \text{velocidade de propagação no vácuo.}$$

Pode-se mostrar, também, que:

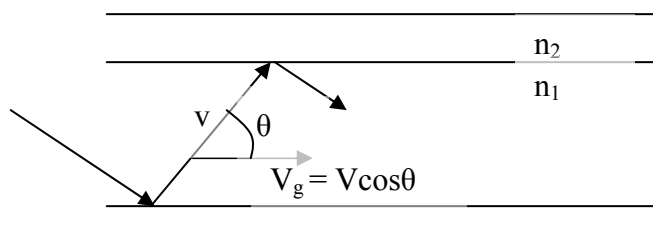
$$v = \frac{\omega}{\beta} \quad (\text{velocidade de fase});$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda} = \text{frequência angular da onda;}$$

β = constante de propagação (de fase) do modo considerado.

A velocidade efetiva de propagação da energia luminosa na direção axial da FO é dada por (vide Figura abaixo: FO- ID) v_g :

$$v_g = v \cos \theta = \frac{c_0}{n_1} \cos \theta \quad (15)$$



$$v = \frac{c}{n_1} \quad (16)$$

Em geral, pode-se escrever:

$$v_g = \left(\frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right)^{-1} \quad (17)$$

Usando esta relação pode-se calcular v_g dos vários modos presentes em FO, conhecendo-se a expressão analítica de β como função de ω . β varia com ω porque :

- (1) há uma dependência com a frequência (ou λ , pois $\lambda=c/f$) do índice de refração n_1 do núcleo da FO.
- (2) β varia com ω devido a estrutura de guia de onda formada pela FO (dispersão de guia de onda).

Estes dois fatores fazem-se sentir para cada modo individual, mas em FO multimodo eles são geralmente suplantados pelo espelhamento das v_g dos vários modos propagantes (dispersão intermodal).

O tempo de propagação para o sinal percorrer uma distância “L” é dado por:

$$\tau = \frac{L}{v_g} = L \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \quad (18)$$

que é chamado “tempo de atraso de grupo”. Chamado de $\Delta\tau^{(n)}$, $\Delta\tau^{(g)}$ e $\Delta\tau^{(m)}$ o alargamento dos tempos de atraso de grupo devidos à dispersão material, de guia de onda e intermodal, respectivamente, então o atraso de grupo total é, aproximadamente:

$$\Delta\tau \cong \Delta\tau^{(n)} + \Delta\tau^{(g)} + \Delta\tau^{(m)} \quad (19)$$

Em FO multimodo, em geral tem-se: $\Delta\tau^{(n)} \gg \Delta\tau^{(g)} \gg \Delta\tau^{(m)}$ (20)

Em FO monomodo $\Delta\tau^{(m)}$ está ausente, o que aumenta a largura de banda.

$\Delta\tau^{(n)}$ = (dispersão material) devido à dispersão de n e espalhamento espectral da fonte $\Delta\lambda$:

$$\Delta\tau^{(n)} \cong \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right) L \Delta\lambda = -L \lambda \left(\frac{\lambda}{c} \right) \left(\frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} \right) \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right) = M L \Delta\lambda \quad (21)$$

Logo, M representa o tempo de atraso por unidade de distância de transmissão e por unidade de espalhamento de λ .

O valor relativo de $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ da luz transmitida é dado por:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda_s}{\lambda} + \frac{B}{f} \quad (22)$$

onde λ , f são o comprimento de onda central no espaço livre e a frequência central da luz, $\Delta\lambda_s$ é a largura espectral da fonte óptica e B é o espalhamento em frequência da modulação. Note que, mesmo no caso ideal em que a largura espectral da fonte óptica é zero, o espalhamento equivalente em comprimento de onda ($\Delta\lambda$) ocasionado pela modulação não é nulo e deve ser considerado na dispersão material.

Note, da equação (22), que quando a largura espectral da fonte ($\Delta\lambda_s$) é grande tem-se:

$$\frac{\Delta\lambda_s}{\lambda} \gg \frac{B}{f} \rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cong \frac{\Delta\lambda_s}{\lambda} \rightarrow BL = cte \quad (23)$$

Quando a largura espectral da fonte é pequena, temos:

$$\frac{B}{f} \gg \frac{\Delta\lambda_s}{\lambda} \rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cong \frac{B}{f} \rightarrow B\sqrt{L} = cte \quad (24)$$

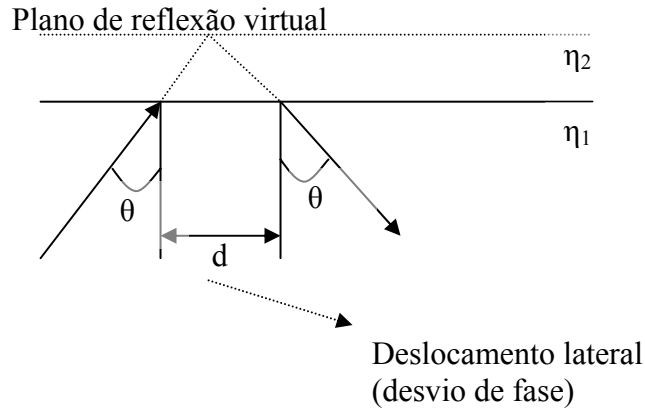
2.5 Reflexão interna total

Como vimos, se um raio propaga-se em um meio com índice de refração η_1 e incide em um meio com índice $\eta_2 < \eta_1$ com um ângulo (com a vertical à interface) maior que um valor crítico, não há raio transmitido ao meio 2.

Existem dois outros efeitos importantes na reflexão interna total:

- Desvio de fase;
- Campo elétrico evanescente.

O desvio de fase ocorre na onda refletida com relação à onda incidente na interface. Este desvio possui uma magnitude que depende do ângulo de incidência e da polarização da onda, e pode ser visualizado desta forma:



O campo elétrico evanescente corresponde à penetração na casca do campo elétrico da onda guiada pelo núcleo. Há um decaimento exponencial do campo a partir da interface.

Quanto mais próximo o modo aproxima-se do corte, mais profundamente a onda penetra na casca. Pode-se observar que, em geral, a energia eletromagnética de um modo guiado é sempre transportada parcialmente pelo núcleo e parcialmente pela casca (via campo evanescente). Se a casca não tiver perdas, a luz não é perdida e pode se propagar ao longo da FO. Estando longe do corte, o campo evanescente decai rapidamente de tal forma que nenhuma luz chegará na borda externa da casca se esta for apenas alguns décimos de μm .

Logo, para $0 < V < 2,405$ só existe possibilidade de propagação do modo HE_{11} (operação monomodo). Desta forma, a operação monomodo ocorrerá para:

$$V < 2,405 \rightarrow \frac{a}{\lambda} < \frac{2,405}{2\pi\sqrt{\eta_1^2 - \eta_2^2}} = \frac{2,405}{2\pi NA} \quad (25)$$

Exemplo: Para FO com $\eta_1=1,48$ e $\eta_2=1,46$, qual é o raio máximo permitido para o núcleo, se a FO deve suportar um único modo para $\lambda=0,82\mu\text{m}$?

$$\frac{a}{0,82} < \frac{2,405}{2\pi\sqrt{1,48^2 - 1,46^2}} \rightarrow a < 1,3\mu\text{m} \quad (26)$$

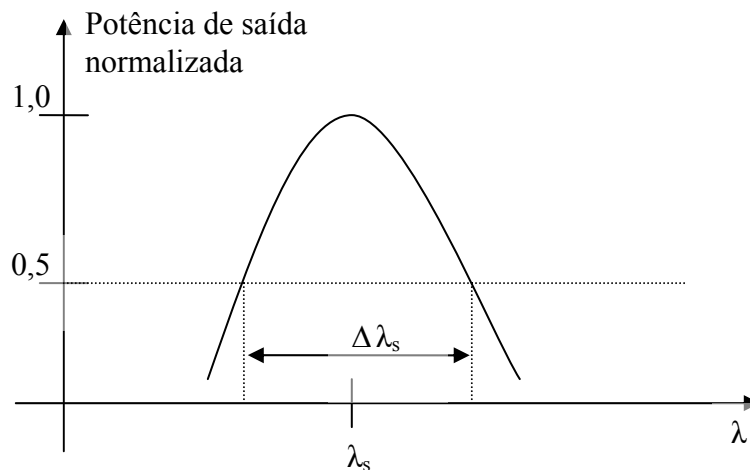
Portanto o valor máximo: $a=1,3\mu\text{m}$.

Note o diâmetro reduzido ($=2,6\mu\text{m}$) desta FO. Fazendo-se η_1 mais próximo de η_2 e operando-se com λ maior pode-se aumentar o valor de “a”.

A largura espectral da fonte ($\Delta\lambda_s$) para usar na equação (22) é normalmente tomada como a largura correspondente aos pontos de meia-potência do espectro da fonte. Quanto menor $\Delta\lambda_s$, mais coerente é a fonte. Uma fonte perfeitamente coerente emitiria em apenas uma frequência, teria largura de linha nula e seria perfeitamente monocromática. Na tabela abaixo lista-se $\Delta\lambda_s$ para algumas fontes. Para converter de $\Delta\lambda_s$ para Δf basta usar:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta\lambda_s}{\lambda_s}$$

onde f é a frequência central, λ_s é o comprimento de onda central e Δf é a faixa de frequência radiada.



Observação: comprimento de coerência:

$$l_c = \frac{c}{\Delta f} = \frac{\lambda_s^2}{\Delta \lambda_s} \quad (27)$$

2.6 Lentes com índice gradual (GRIN)

O perfil do índice de refração, $n(r)$, de uma fibra de índice gradual segue a lei:

$$n(r) = n_0 \sqrt{1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a}\right)^\alpha} \quad \text{para } r < a.$$

onde n_0 = índice de refração no centro do núcleo, Δ é a diferença fracional de índice, já definida e α determina a forma do perfil: $\begin{cases} \alpha = \infty & \text{perfil de grau} \\ \alpha = 2 & \text{perfil parabólico} \end{cases}$

Para $\alpha = 2$, os raios descrevem uma senóide no espaço e não há diferença no atraso dos vários tipos de raio entre a entrada e a saída da FO.

A distância para que um raio percorra uma senóide completa é chamada de “passo (p)” da FO (depende de Δ). Cortando uma FO de índice gradual com comprimento igual a $\frac{p}{4}$ ela funciona como uma lente extremamente compacta (chamada de lente GRIN) que permite colimar (raios paralelos) um feixe divergente.

Às vezes, não é a colimação que se deseja, mas sim a focalização do sinal da FO em um detector ou a focalização da fonte no núcleo da FO. Para isso basta aumentar o comprimento da lente GRIN para $0,29P$.

2.7 Polarização

A luz é uma onda eletromagnética que possui campo elétrico e magnético associados. A figura traçada pela ponta do vetor campo elétrico em um dado ponto do espaço com o decorrer do tempo, identifica o tipo de polarização da onda:

- (a) figura = reta → polarização linear;
- (b) figura = círculo → polarização circular (para direita ou esquerda);
- (c) figura = elipse → polarização elíptica (para direita ou esquerda);
- (d) figura = aleatória → polarização aleatória.

No caso da FO a polarização da luz transmitida pode ser preservada ou pode ser embaralhada (“scrambled”) para gerar polarização aleatória, dependendo da FO usada.

Em uma FO circular e perfeitamente simétrica o modo HE_{11} pode ser decomposto em duas componentes linearmente polarizadas (modos LP_{01} , de Linear Polarized) com polarizações ortogonais, que propagam-se com a mesma velocidade (mesmo β).

Quando a FO não é perfeitamente simétrica, a FO será birrefringente, já que estas duas componentes polarizadas terão constantes de propagação (β) distintas. Por exemplo, FO com núcleo elíptico criará uma birrefringência (eixo lento ao longo do eixo maior da elipse); esta forma elíptica pode ser acidental ou intencional.

A birrefringência pode ser introduzida inserindo-se regiões com tensões mecânicas na FO, como na FO birrefringente tipo “gravata borboleta”; neste caso, o eixo rápido é paralelo ao eixo de alta tensão (“stress”).

Quando uma luz linearmente polarizada é lançada com a polarização paralela ao eixo rápido ou ao eixo lento de uma FO altamente birrefringente a polarização na saída da FO será ainda linearmente polarizada, apesar das curvaturas no percurso. Estas “fibras que preservam a polarização” têm aplicações onde a polarização da luz transmitida precisa ser estável e bem definida, tais como:

- Sensores interferométricos;
- Giroscópios;
- Sistemas de detecção heteródinos.

2.8 FLUXO DA POTENCIA EM FIBRAS ID

É conveniente saber qual a fração da potencia óptica guiada pela FO que vai pelo núcleo e pela casca, para um dado modo. Isto ocorre porque o campo eletromagnético não cai a zero na interface núcleo-casca (forma oscilatória no núcleo e decaimento exponencial na casca) resultando que a energia de um modo guiado é transportada parcialmente no núcleo e parcialmente na casca. Quanto mais longe do corte, mais a energia encontra-se concentrada no núcleo da FO, ao nos aproximarmos do corte, o campo penetra mais na casca, havendo maior porcentagem de energia sendo conduzida pela casca. No corte o campo não decai mais exponencialmente fora do núcleo e o modo torna-se não guiado (radiante).

Para obter as potências que fluem pelo núcleo e pela casca, basta integrar (na secção transversal da fibra) a componente axial do vetor de Poynting (para um modo):

$$S_z = \frac{1}{2} R_e [\bar{E} \times \bar{H}^*] \cdot \hat{a}_z \quad (28)$$

$$P_{nucleo} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^{2\pi} (E_x H_y^* - E_y H_x^*) r dr d\phi \quad (29)$$

$$P_{casca} = \frac{1}{2} \int_a^\infty \int_0^{2\pi} (E_x H_y^* - E_y H_x^*) r dr d\phi \quad (30)$$

$$P = P_{núcleo} + P_{casca} \rightarrow \frac{P_{casca}}{P} = 1 - \frac{P_{núcleo}}{P} \quad (31)$$

onde P é a potência total do modo considerado.

Para guiamento fraco ($\Delta \ll 1$) é comum o uso da notação de modos degenerados chamados de modos linearmente polarizados (LP_{vm}).

Usando aproximações razoáveis, a potência média total transmitida via casca, para N modos presentes (igualmente excitados), é dada aproximadamente por:

$$\left(\frac{P_{casca}}{P} \right)_{total} = \frac{4}{3} N^{-1/2} \quad (32)$$

Como $N = \frac{V^2}{2}$ (como visto), o fluxo de potência via casca diminui ao aumentarmos V.

Exemplo: Para FO/ID com $a = 25 \mu\text{m}$, $n_1 = 1,48$ e $\Delta = 0,01$ obter:

(a) número de modos guiados para $\lambda = 0,84 \mu\text{m}$:

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} n_1 \sqrt{2\Delta} = 39 \rightarrow N = \frac{V^2}{2} = 760 \text{ modos} \quad (33)$$

(b) Que fração da potência total é guiada pela casca?

$$\left(\frac{P_{casca}}{P} \right)_{total} = \frac{4}{3} N^{-1/2} \cong 0,05 \rightarrow 5\% \quad (34)$$

(c) se $\Delta = 0,003$, repita (a) e (b): $N = 242$, $\left(\frac{P_{casca}}{P} \right)_{total} = 0,09$

(d) para $V = 1$, qual a fração de potência guiada pela casca?

Tem-se apenas o modo LP_{01} (ou HE_{11}), situação monomodo, e de acordo com os valores tabelados na referência: G. Keiser, optical fibra communications, Mcgraw, 1991.

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_{casca}}{P} \right)_{LP_{01}} &= 0,70 \text{ (70\%)} \\ \left(\frac{P_{núcleo}}{P} \right)_{LP_{01}} &= 0,84 \text{ (84\%)} \end{aligned} \quad (35)$$

2.9 Propagação de modos em fibras monomodo

Em uma FO monomodo existem, na realidade, dois modos propagantes degenerados (HE_{11}) independentes, com polarizações ortogonais (por exemplo, horizontal e vertical).

Em geral, para uma direção genérica do campo \vec{E} (dependente da fonte óptica) uma superposição linear desses modos com polarizações cruzadas reproduz a situação física existente.

Para FOs ideais (simetria de rotação perfeita), os dois modos são degenerados ($k_x = k_y$) e qualquer estado da polarização (SOP) do sinal injetado na FO propaga-se inalterado. Na prática, imperfeições alteram essa simetria e tiram a degenerescência dos dois modos. Os modos propagam-se com velocidades de fase diferentes e a diferença entre os índices de refração efetivos (n_x e n_y) é chamada de birrefringência da fibra:

$$B = \eta_y - \eta_x \text{ (adimensional)} \quad (36)$$

Outra definição de birrefringência é:

$$\beta = k_0(\eta_y - \eta_x) \quad (m^{-1}), \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (37)$$

Se a luz é injetada excitando ambos os modos, um deles será atrasado em fase relativo ao outro durante a propagação. Quando a diferença de fase for um número inteiro de 2π rad, os dois modos irão sofrer um batimento neste ponto, reproduzindo o SOP da entrada. Este comprimento mínimo é chamado de comprimento de batimento da fibra:

$$L_b = \frac{2\pi}{\beta} \text{ (m)} \quad (38)$$

Exemplo: Uma FO monomodo tem $L_b=8\text{cm}$ em 1300nm . Qual é a sua birrefringência modal?

$$\beta = \frac{2\pi}{L_b} = \frac{2\pi}{0,08} = 78,5m^{-1} \quad (39)$$

ou

$$B = \frac{\beta}{k_0} = \frac{\lambda_0}{L_b} = \frac{1,3 \times 10^{-6}}{8 \times 10^{-2}} = 1,63 \times 10^{-5} \quad (40)$$

2.10 Emendas, conectores e acopladores

Para projetar um sistema, deve-se levar em consideração todas as perdas ópticas. Na prática, necessita-se de uma potência óptica média P_R (mínima) no fotodetector do receptor para manter uma dada SNR (sistema analógico) ou BER (sistema digital) especificada. Logo, a perda máxima no enlace será:

$$L = P_S - P_R \begin{cases} L, \text{ em dB} \\ P_S, P_R \text{ em dBm} \end{cases} \quad (41)$$

onde: P_S = potência média emitida pela fonte e P_R = potência média captada pelo fotodetector (recebida).

Para um enlace ponto-a-ponto, encontram-se as seguintes perdas:

$$L = L_{in} + L_{ce} + L_f + L_{out}, \text{ todas em dB} \quad (42)$$

onde: L_{in} = perdas no acoplamento de entrada entre fonte e fibra;
 L_{ce} = perdas nos conectores e/ou emendas, entre 2 FOs;
 L_f = perdas internas à FO;
 L_{out} = perdas no acoplamento de saída, entre FO e detector.

Em enlaces ponto-multipontos, deve-se levar em consideração as perdas nos acopladores ópticos (L_{AO}).

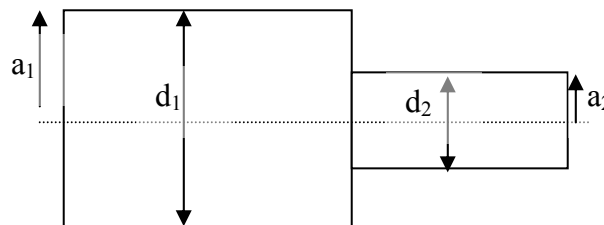
2.11 Perdas na conexão entre duas fibras (L_{ce})

Causas: perdas de inserção intrínsecas e extrínsecas e de retorno.

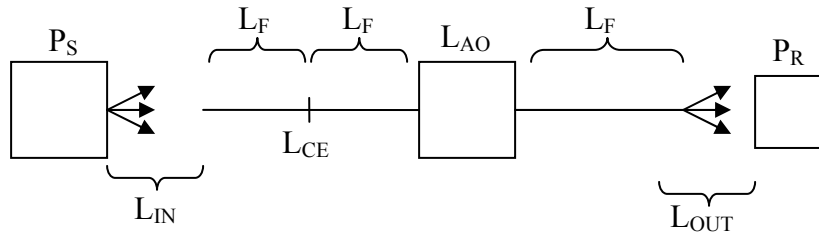
2.11.1 Perdas intrínsecas (dependem das características das FOs no ponto de junção)

(a) Diferença na geometria dos núcleos

Exemplo: diâmetros, forma elíptica, concentricidade com relação à casca, etc.

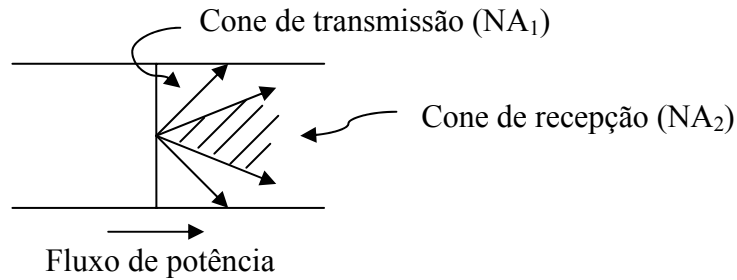


$$\begin{cases} L = 0, & d_2 \geq d_1 \\ L = -10 \log \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^2 = -10 \log \left(\frac{d_2}{d_1} \right), & d_2 < d_1 \end{cases} \quad (43)$$



$$P_S - P_R = L = \sum L_i (= L_{in} + L_F + L_{CE} + L_{AO} + L_{OUT}) \quad (44)$$

(b) Diferença de abertura numérica



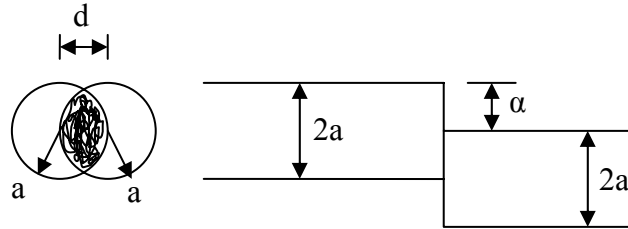
$$\text{unidirecional} \begin{cases} L = -10 \log \left(\frac{NA_2}{NA_1} \right)^2, & NA_2 < NA_1 \\ L = 0, & NA_2 \geq NA_1 \end{cases} \quad (45)$$

(c) Diferença no perfil de índice de refração

Exemplo: $\Delta_2 \neq \Delta_1$ (ID) ou $\alpha_2 \neq \alpha_1$ (IG)

2.11.2 Perdas extrínsecas (surgem das imperfeições na execução da junção).

(a) Deslocamento lateral ou axial.



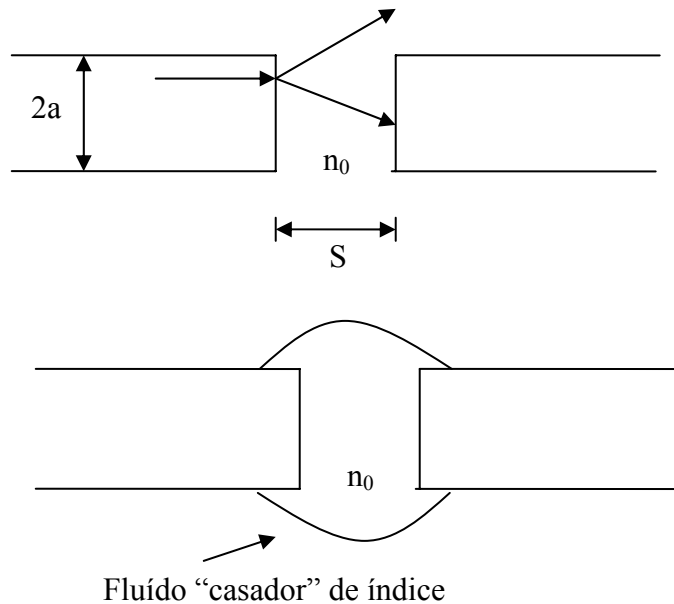
Eficiência de acoplamento η :

$$\eta = 1 - \frac{2d}{\pi a} \quad , \quad \frac{d}{2a} \leq 0,2 \quad (46)$$

Geral:
$$\eta = \frac{2}{\pi} \left[\cos^{-1} \frac{d}{2a} - \frac{d}{2a} \sqrt{1 - \left(\frac{d}{2a} \right)^2} \right] \quad L = -10 \log \eta \quad (47)$$

($d \leq 2a$)

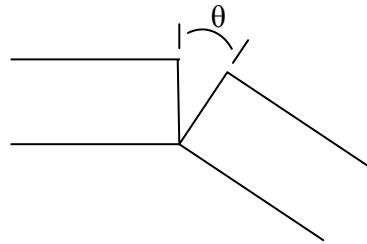
(b) Separação ou deslocamento longitudinal



$$L = -10 \log \left[1 - \frac{sNA}{4an_0} \right] \quad , \quad s \text{ pequeno} \quad (48)$$

n_0 = índice de refração do fluido de casamento (sem fluido $n_0 = 1$. i.e., ar).

(c) “Desalinhamento” angular



$$\eta \cong 1 - \frac{n_0 \theta}{\pi NA}, \quad \theta \text{ pequeno} \quad (49)$$

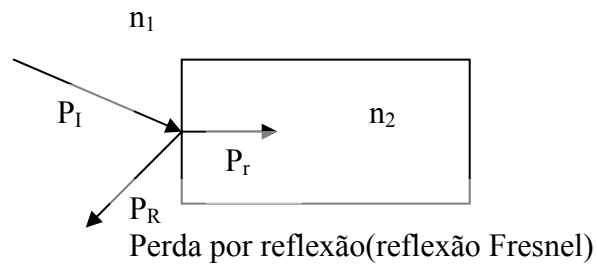
$$L = -10 \log \eta \quad (50)$$

(d) Qualidades das superfícies da FO.

Ideal: superfícies planas e perpendiculares ao eixo das FO

Preparação: polimento e fratura controlada.

2.11.3 Perda de reflexão (de retorno)



$$R = \frac{P_R}{P_I} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad (51)$$

$$P_T = P_I - P_R \rightarrow \frac{P_T}{P_I} = 1 - R \quad (52)$$

$$L = -10 \log \left(\frac{P_T}{P_I} \right) = -10 \log(1 - R) \quad (53)$$

$$\text{Perda de retorno} = -10 \log \left(\frac{P_R}{P_T} \right) \quad (54)$$

Os conectores ópticos são dispositivos passivos que permitem realizar junções temporárias entre 2 fibras ou nas extremidades do sistema, juntando a FO ao dispositivo fotodetector ou fotoemissor. Existem muitos tipos de conectores.

As emendas (“splice”) são, geralmente, uma junção permanente entre duas fibras. Técnicas:

- Emendas por fusão;
- Emendas por junção por adesivo ou pressão mecânica (ou ambos).

As perdas nas emendas são devidas aos mecanismos já citados presentes nos conectores. No entanto, os níveis de perdas nas emendas são, em geral, inferiores aos presentes nos conectores ópticos.

2.11.4 Perdas no acoplamento da fonte (L_{in})

O acoplamento fonte-FO pode ser muito ineficiente. Define-se eficiência de acoplamento:

$$\eta = \frac{P_F}{P_S} \quad (55)$$

onde : P_F = potência média inserida na FO;
 P_S = potência média emitida pela fonte.

Perda de acoplamento:

$$L_{in} = -10 \log \eta \quad (56)$$

Fontes das perdas:

- Perdas por reflexão;
- Perdas por descasamento de área;
- Perda de abertura numérica.

Nota: Lentes (GRIN) podem combater estas perdas.

2.11.5 Perdas no acoplamento com detector (L_{out})

No receptor, a luz é acoplada da fibra à superfície do detector. Em geral, a superfície do detector pode ser escolhida bem mais larga que o núcleo da fibra, resultando em um acoplamento bem eficiente. Uma pequena perda, devido a reflexões nas interfaces FO-ar e ar-detector irá ocorrer. Ela pode ser combatida utilizando um material “casador” de índice ou utilizando uma cobertura anti-refletiva na superfície do detector.

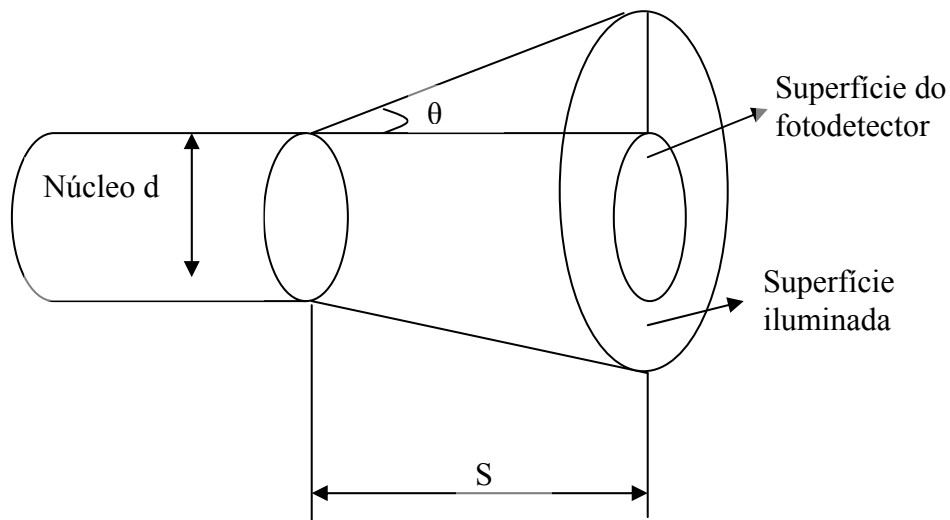
Quando a luz sai no fim da FO ela espalha-se com uma divergência aproximadamente constante igual ao cone de aceitação da fibra (determinado pela abertura numérica NA). Toda luz que se expande além da área ativa do fotodetector representa uma perda de acoplamento (L_{out}).

Exemplo:

- Uma FO possui um ângulo de saída $\theta=14^\circ$ e um diâmetro do núcleo de 0,05mm. Deseja-se acoplá-la com um fotodiodo de área sensível circular de 5mm^2 localizado a 2,5mm do terminal da FO. Calcule a perda de acoplamento.
- Uma outra FO ($NA=0,6$) é utilizada para poder captar mais luz na terminação de entrada. Com os demais parâmetros da parte (a), calcule a perda de acoplamento.

Solução:

- A área iluminada na superfície do fotodetector é:



$$A = \pi r^2 = \pi \left(s \operatorname{tg} \theta + \frac{d}{2} \right)^2 = \pi \left(2,5 \operatorname{tg} 14^\circ + \frac{0,05}{2} \right)^2 = 1,32 \text{mm}^2$$

Como esta área é menor que a do fotodetector, havendo alinhamento não haverá perda de acoplamento ($L_{out}=0$ dB) devido à expansão do feixe de luz.

(b) $\theta \cong \text{sen}^{-1}(NA) = \text{sen}^{-1}(0,6) \cong 36,9^\circ \quad (n_0 = 1)$

$$A = \pi \left(2,5 \text{tg} 36,9^\circ + \frac{0,05}{2} \right)^2 = 11,34 \text{mm}^2$$

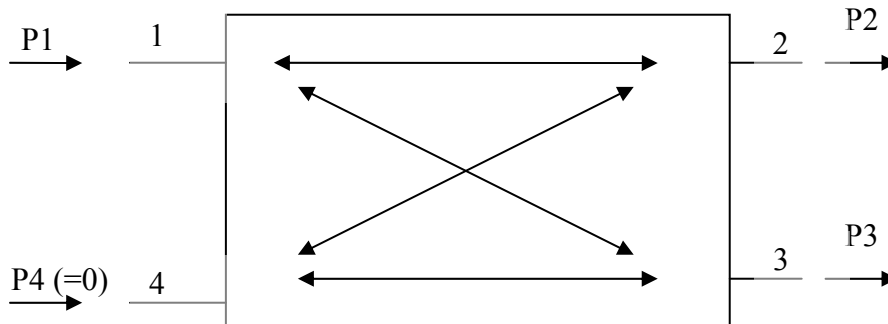
$$\text{razão de áreas} = \frac{5}{11,34} = 0,44$$

$$L_{out} = -10 \log(0,44) \cong 3,6 \text{dB}$$

Para reduzir essas perdas pode-se diminuir “S” ou usar um fotodiodo com área maior.

2.12 Acopladores

A FO possibilita a implementação de sistemas bidirecionais (sinais em uma única FO com sentidos opostos e presentes simultaneamente), a distribuição da informação para múltiplos terminais (LAN= Local Area Network), etc. O acoplador direcional é o dispositivo básico nestas redes de distribuição. Considere o acoplador direcional de 4 portas:



Sentido de fluxo de potência permitido (caso ideal).
Hipótese: $P_2 \geq P_3$

Perdas características do acoplador (todas em dB)

(1) Perda do ramo direto

$$L_{THP} = -10 \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \quad (57)$$

perda de transmissão entre a entrada e a porta “favorecida”(porta 2)

(2) Perda de derivação

$$L_{TAP} = -10 \log \left(\frac{P_3}{P_1} \right), dB \quad (58)$$

(3) Direcionalidade

$$L_D = -10 \log \left(\frac{P_4}{P_1} \right), dB \rightarrow ideal : L_D \rightarrow \infty \quad (59)$$

(4) Perda em excesso

$$L_E = -10 \log \left(\frac{P_2 + P_3}{P_1} \right) \quad (60)$$

especifica a perda de potência dentro do acoplador (radiação, espalhamento, absorção e acoplamento à porta isolada).

Ideal: $L_E = 0$ dB ($P_1 = P_2 + P_3$)

Na prática:

$$\begin{cases} L_E < 1 dB \\ L_D > 40 dB \end{cases}$$

Razão de separação: $\frac{P_2}{P_3}$

Em geral o acoplador é especificado em termos de sua perda de derivação: um acoplador de 10dB significa um que tenha 10dB de perda de derivação:

No caso do acoplador sem perdas, $P_2=P_1+P_3$ e podemos relacionar a perda de derivação com a perda do ramo direto:

$$L_{THP} = -10 \log\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = -10 \log\left(\frac{P_1 - P_3}{P_1}\right) = -10 \log\left(1 - \frac{P_3}{P_1}\right) \quad (61)$$

$$\text{Mas } L_{TAP} = -10 \log\left(\frac{P_3}{P_1}\right) \rightarrow \log\left(\frac{P_3}{P_1}\right) = -\frac{L_{TAP}}{10}$$

$$\frac{P_3}{P_1} = 10^{-\frac{L_{TAP}}{10}}$$

$$\text{Logo: } L_{THP} = -10 \log\left(1 - 10^{-\frac{L_{TAP}}{10}}\right) \quad (62)$$

Vejamos o efeito da perda em excesso (L_E) nos valores de L_{THP} e L_{TAP} .

Exemplo: Um acoplador possui $L_E = 1\text{dB}$ e uma razão de separação de 1:1. Quanto da potência de entrada chega aos dois terminais de saída?

Divisão 1:1 $\rightarrow P_2 = P_3$

$$\text{Como } L_E = -10 \log\left(\frac{P_2 - P_3}{P_1}\right) \rightarrow 1 = -10 \log\left(\frac{2P_2}{P_1}\right) \rightarrow$$

$$\frac{2P_2}{P_1} = 10^{-0,1} = 0,794 \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 0,397 \left(= \frac{P_3}{P_1} \right) \rightarrow$$

$$L_{THP} = L_{TAP} = -10 \log\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = -10 \log(0,397) = 4 \text{ dB}$$

Logo, L_{THP} e L_{TAP} subiram de 3dB para 4 dB, isto é, de 1 dB que é o valor da perda em excesso (L_E).

Sendo L'_{THP} e L'_{TAP} as perdas do acoplador ideal ($L_E = 0$) que possui uma dada razão de separação, então L_{THP} e L_{TAP} do acoplador real (com $L_E \neq 0$) que possui a mesma razão de separação será:

$$\begin{aligned} L_{THP} &= L'_{THP} + L_E \text{ em dB} \\ L_{TAP} &= L'_{TAP} + L_E \text{ em dB} \end{aligned} \quad (63)$$

Normalmente, os acopladores direcionais são construídos de forma simétrica tal que as perdas características possuem valores que independem da porta tomada como entrada.

Funções típicas executadas por acopladores:

- Separação ou divisão da potência luminosa (mesmo λ);
- Combinação de sinais luminosos;
- Acoplamento direcional (desvio da potência que depende do sentido de propagação do sinal óptico);
- Acoplador “estrela” (N portas de entrada e M portas de saída → tipo transmissivo ou refletivo);
- Multiplexação WDM (Wavelength Division Multiplexing);
- Desmultiplexação WDM;
- Separação de polarização;

Aplicações Típicas:

- Sistema de comunicação duplex-completo (transmissão bidirecional em uma mesma FO e λ);
- Multiplexação WDM unidirecional;
- Multiplexação WDM bidirecional;
- Distribuição de sinais em sistema de barramento (unidirecional);
- Sistema em T (fluxo bidirecional de informação);
- Circuito em malha (anel);

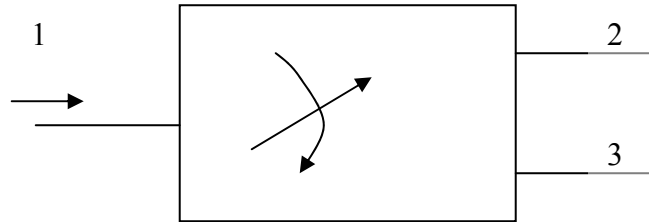
Formas típicas de implementação:

- Acoplador direcional a FO com afilamento bicônico por fusão ($T \cong 1500^{\circ}\text{C}$);
- Placa separadora de feixe (óptica convencional);
- Cubo separador de feixe;
- Acoplador direcional usando 4 lentes GRIN de colimação (para uso com FOs);
- Acoplador direcional usando 2 lentes GRIN;
- Multiplexador usando dispersão angular;
- Multiplexador usando filtragem óptica;

Em resumo, vimos que existem dois tipos principais de componentes que afetam a ramificação do sinal óptico: os acopladores que possuem um comportamento independente de λ e os acopladores WDM que possuem parâmetros dependentes de λ . Ambos podem ser usados para separar ou combinar sinais ópticos. Um componente que afeta a ramificação tipo “tudo ou nada”, é a chave óptica.

2.13 Chave óptica

Chaves em fibras ópticas redirecionam os sinais ópticos.



Definições:

- Perda de inserção (chave na posição 2):

$$L_I = -10 \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right), dB \quad (64)$$

Típico: $L_I < 1,5 \text{ dB}$

- Diafonia (“crosstalk”) (chave na posição 2):

$$L_C = -10 \log \left(\frac{P_3}{P_1} \right), dB \quad (65)$$

Típico: $40 < L_C < 60 \text{ dB}$

- Reprodutibilidade: quão próximo se obtém a mesma L_I , quando se volta à mesma posição (típico: +/- 0,1dB);
- Tempo de chaveamento: quão rápido a chave pode mudar de uma posição para a outra (típico para chaves eletromecânicas: alguns milissegundos);

2.14 Atenuadores ópticos

É um componente que, quando inserido no percurso óptico de transmissão introduz uma perda de inserção controlada. Características desejadas:

- Deve independer dos modos propagantes na FO e do estado de polarização da luz;
- Baixo coeficiente de reflexão (ideal: perda de retorno= ∞);
- Independen da amplitude do sinal.

Os atenuadores podem ser de três tipos:

- Fixos;
- Variáveis discretamente (em degrau);
- Variáveis continuamente.

2.15 Isolador óptico

É um atenuador óptico não-recíproco. Idealmente apresenta atenuação nula em um sentido e atenuação infinita no sentido oposto. Na prática é muito usado para evitar que a luz refletida ou espalhada volte ao laser semiconductor (o que pode alterar sua estabilidade em λ e/ou potência). Pode também suprimir ecos que podem causar distorção de pulsos. É conveniente que o isolador possa ser utilizado em uma ampla faixa espectral.

Normalmente operam utilizando o efeito Faraday.

3 Fibras ópticas ativas

Vimos que as FO passivas, utilizadas para a transmissão de um sinal óptico entre dois pontos, afeta o sinal propagante, introduzindo atenuação, dispersão (intermodal, cromática e de polarização) e efeitos não-lineares (efeitos Roman e Brillouin, automodulação e modulação cruzada de fase, mistura de quatro ondas, etc). Em geral, estes fenômenos irão limitar o desempenho que pode ser obtido do enlace a FO (comprimento, taxa de bits/banda utilizáveis). Existem várias formas de combater esses efeitos ou utilizá-los/combiná-los de uma forma vantajosa. A atenuação pode ser combatida utilizando-se amplificadores ópticos, a dispersão cromática pode ser compensada pelo uso de trechos de FO com dispersão espectralmente oposta à FO de transmissão e os efeitos não-lineares podem ser evitados utilizando níveis baixos de potência óptica. Combinando efeito não-linear (automodulação de fase) com dispersão cromática é possível obter pulsos que não se distorcem ao longo da fibra de transmissão (sólitons).

Na prática, vários métodos têm sido utilizados para obter a amplificação do sinal óptico:

- Repetidor / regenerador (amplificador) óptico-eletrônico;
- Amplificador óptico a semiconductor (SOA);
- Amplificador óptico a fibra dopada (DFA).

Exercícios sobre fibras ópticas

- 1) Trace um gráfico do número de modos permitidos em uma FO tipo degrau versus n_2 , se $n_1=1,50$, $\lambda=1,0\mu\text{m}$ e diâmetro do núcleo= $2,5\mu\text{m}$. Use $1,5 \geq n_2 \geq 1,4$.
- 2) Uma FO com índice degrau possui $NA=0,16$, $n_1=1,45$ e diâmetro do núcleo de $90\mu\text{m}$. Obtenha: (a) o ângulo de aceitação da FO; (b) o número de modos que a FO pode ter para $\lambda=0,9\mu\text{m}$; (c) índice de refração da casca da FO.
- 3) Dada uma FO de 5km, com $n_1=1,44$ e $n_2=1,40$, obtenha a dispersão intermodal, em segundos.
- 4) Uma FO monomodo possui uma dispersão cromática de $10\text{ps}/(\text{nm} \cdot \text{km})$ para um dado comprimento de onda. Se esta FO é utilizada com um laser de largura espectral de 4nm, qual a dispersão total para 10km desta FO?
- 5) Calcule o número de modos em uma FO com $a = 30\mu\text{m}$, $\lambda = 0,8\mu\text{m}$, $n_1 = 1,45$ e $\Delta=1,5\%$. Qual a dispersão modal, em segundo por quilômetro, desta FO?