

**Proposição III.4**  
**RESSONÂNCIA SÉRIE, FAIXA DE PASSAGEM,**  
**LARGURA DE BANDA, FATOR DE QUALIDADE**

**Objetivo:** Verificar o fenômeno da ressonância, sintonia, faixa de passagem e fator de qualidade de um circuito RLC série.

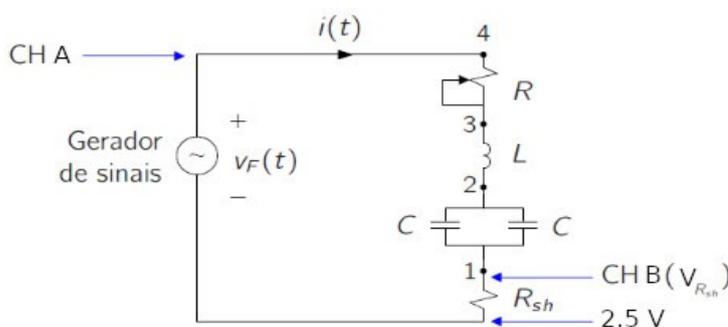
**Introdução:**

Já vimos anteriormente que os circuitos indutivo e capacitivo introduzem defasagens contrárias entre tensão e corrente. Vimos também que a defasagem depende da frequência da tensão de alimentação. Veremos agora que a frequência não determina apenas a defasagem, mas afeta também as magnitudes dos sinais de tensão ou corrente resultantes. Para observar esses efeitos vamos considerar a frequência uma variável independente no circuito RLC série abaixo.

Observe que se trata do mesmo circuito analisado nas Proposições III.1 e III.3, porém agora a análise do comportamento será no domínio da frequência. Ou seja, faremos a análise para diferentes valores de frequência.

**Ensaio e Questões:**

- (i) Determine analiticamente e experimentalmente a magnitude da corrente do circuito abaixo para uma entrada senoidal de frequência 10 kHz com  $R = 300 \Omega$ . Qual o valor da corrente para frequências muito altas e muito baixas? Explique.
- (ii) ► Monte o circuito abaixo, conectando o osciloscópio de forma a observar os sinais de corrente e tensão da fonte respectivamente. (O resistor shunt é utilizado para facilitar a obtenção do valor RMS da corrente, é possível utilizar a corrente medida pelo canal A caso corrija o *offset* para a corrente centralizar em 0 manualmente.)



$R =$  potenciômetro

$L = 1 \text{ mH}$

$C = 0,1 \mu\text{F}$

$R_{sh} = 100 \Omega$

$V_F = 3 \text{ Vpp}$

(iii) ► Preencha as tabelas a seguir para  $R = 300 \Omega$  e  $R = 100 \Omega$ . (Caso prefira, é possível também utilizar os resistores de 330 e 110 que vieram no kit ao invés do potenciômetro.) Mantenha a amplitude da tensão da fonte constante durante o ensaio, para isso ative a medição de  $V_{pp}$  do software ALICE e ajuste os valores mínimo/máximo da tensão gerada para que o  $V_{pp}$  seja o mesmo em todas as medições.

$f$ [kHz]	$R = 300 \Omega$	$R = 100 \Omega$	$f$ [kHz]	$R = 300 \Omega$	$R = 100 \Omega$
	$I$ [mA] (*)	$I$ [mA] (*)		$I$ [mA] (*)	$I$ [mA] (*)
1			8		
2			9		
4			10		
5			11		
6			12		
7			13		
$f_{I_{\max}}^{(**)}$ →			14		

(\*) Valores RMS

(\*\*) Frequência para a qual a corrente é máxima

(iv) Explique por que, se nenhuma variação de amplitude for feita, a tensão fornecida pela fonte muda tanto quando a frequência muda. Observe experimentalmente.

(v) Compare a frequência ( $f_{I_{\max}}$ ) que provoca a máxima corrente ( $I_{\max}$ ), com a frequência natural  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$  obtida na tabela acima. O que você conclui?

(vi) Trace em um mesmo gráfico as curvas  $[I \times f]$  para  $R = 300 \Omega$  e  $R = 100 \Omega$ .

Note através das curvas  $[I \times f]$  traçadas em (vii) que o valor de  $R$  não afeta a frequência de ressonância, porém modifica a "altura" e a "largura" da curva  $[I \times f]$ , ou seja, modifica a "sintonia" do circuito. Essa sintonia pode ser quantificada em função da faixa de passagem de frequência.

A faixa de passagem é definida em função das frequências ( $f_A$  e  $f_B$ ) para as quais a potência cai para a metade do valor absorvido na ressonância. Essa definição é conveniente, uma vez que a potência absorvida na ressonância é máxima e vale:

$$P_{\max} = \frac{V^2}{R_T} = R_T \cdot I_{\max}^2$$

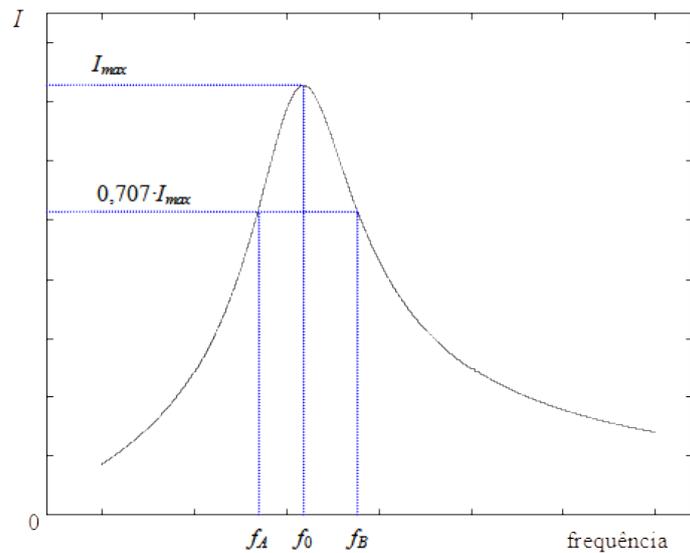
em que  $I$  e  $V$  são valores eficazes, e  $R_T$  é a resistência total do circuito. Portanto, a condição de meia potência ocorre para:

$$\frac{P_{\max}}{2} = R_T \left( \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \right)^2$$

As frequências nas quais ocorre essa condição são chamadas **frequências de corte**. Define-se, então, a **largura de faixa** ( $B$ ) como sendo a diferença entre as frequências de corte.

- (vii) ► Determine experimentalmente os dois valores de frequência de corte  $\{f_A, f_B\}$ . Lembre-se de manter a tensão na entrada do circuito constante.

	$f_A$ [Hz]	$f_B$ [Hz]
<b><math>R = 300 \Omega</math></b>		
<b><math>R = 100 \Omega</math></b>		



**Proposição III.5**  
**RESPOSTA EM FREQUÊNCIA,**  
**FILTRO SEPARADOR DE BAIXAS E ALTAS FREQUÊNCIAS**

**Objetivo:** Verificar as características de filtragem de circuitos RL e RC.

**Introdução:**

Sabemos que um circuito  $RL$  é um derivador de corrente, pois

$$v(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

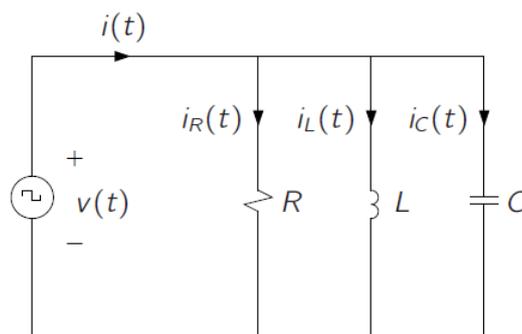
enquanto que um circuito  $RC$  é um integrador de corrente, pois

$$v(t) = R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt + v_C(0)$$

Isto significa que se a tensão  $v$  é imposta ao circuito, com  $R$ ,  $L$  e  $C$  dados, o circuito  $RL$  funciona como um limitador de derivada (taxa de variação)<sup>1</sup> da corrente e o circuito  $RC$  como um limitador de integração (taxa de acumulação)<sup>2</sup> da corrente. Em outras palavras, podemos dizer que o indutor não admite variações bruscas de corrente, pois sua derivada é limitada. Ou seja, ele limita altas frequências. Por outro lado, o capacitor limita variações de carga, ou seja, não permite que um degrau de corrente seja sustentado (limita baixas frequências).

Essa característica de filtragem dos circuitos  $RL$  e  $RC$  pode ser explorada, por exemplo, para obter a separação dos sinais de áudio de alta e baixa frequência, dirigindo-os a alto-falantes projetados especialmente para cada faixa, melhorando o desempenho acústico do aparelho de som.

**CIRCUITO RLC PARALELO**



Neste circuito:

$$i = i_R + i_L + i_C$$
$$i_R = \frac{v}{R}$$
$$v_L = L \frac{di_L}{dt}$$
$$i_C = C \frac{dv}{dt}$$

1 Observe que o valor da derivada é no máximo  $v(t)/L$ , o que ocorre quando  $i(t) = 0$ .

2 Observe que o valor máximo da integral é  $C(v(t) - v_C(t))$ , o que ocorre quando  $i(t) = 0$ .

$$i = \frac{v}{R} + i_L + C \frac{dv}{dt}$$

Portanto:

Vemos que se trata de um caso similar ao circuito RLC série; apenas as variáveis ( $i$  e  $v$ ) e os coeficientes foram trocados. É de se esperar, portanto, que ocorram os três casos: superamortecido, crítico e subamortecido para a variável comum  $v$ , onde:

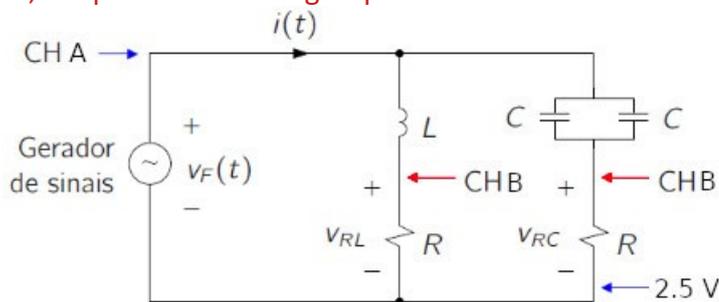
$$\alpha = \frac{1}{2RC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

### Ensaio e Questões:

- (i) ► Para observar a separação de altas e baixas frequências, faça a seguinte montagem abaixo [O CANAL B DEVE MEDIR A TENSÃO DE RL OU DE RC, NÃO AS DUAS AO MESMO TEMPO, troque o canal de lugar quando for medir a outra tensão]:



$$R = 100 \Omega$$

$$L = 1 \text{ mH}$$

$$C = 0,1 \mu\text{F}$$

$$V_F = 3 \text{ Vpp}$$

- (ii) Calcule a frequência de ressonância natural (sem amortecimento) [em Hz] do circuito com base nos parâmetros medidos.
- (iii) Determine a corrente máxima nos ramos do capacitor e do indutor. Em que frequência elas ocorrem?
- (iv) Obtenha as expressões analíticas para as correntes de cada ramo em função da frequência e dos parâmetros do circuito.
- (v) ► Levante a resposta em frequência dos dois ramos, preenchendo a tabela a seguir, usando a tensão da fonte senoidal em  $V_{pp} = 3 \text{ V}$ .

### RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

$f$ [kHz]	$V_{RL}$ [Vrms]	$V_{RC}$ [Vrms]
1		
2		
4		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

(\*)

(\*) frequência para a qual  $V_{RL} = V_{RC}$

(vi) Trace as respostas em frequência  $[V_{RL} \times f]$  e  $[V_{RC} \times f]$  em um único gráfico, com o eixo das frequências em escala logarítmica.

(vii) Na frequência natural do circuito tem-se  $|V_{RL}| = |V_{RC}|$ . Esta condição determina então a frequência de cruzamento (*crossover*) de um ramo para outro do circuito. Obtenha a frequência natural do circuito a partir do gráfico acima.

(viii) Suponha que as resistências do circuito fossem alto-falantes. Explique como o som se distribuiria pelos dois ramos em função da frequência (graves e agudos).