

10. PROJETO DE COMPENSADORES LINEARES PARA FONTES CHAVEADAS

Este capítulo apresenta uma metodologia (Vanable, 1983) para determinação de compensadores para o controle de variáveis de saída. O ponto de partida é a resposta em frequência do conversor, modelado a partir do valor médio das variáveis.

10.1 Projeto de compensador usando o fator K

Os circuitos mostrados utilizam amplificadores operacionais para realizar as funções de compensação. Um sinal proporcional ao erro entre a referência e o sinal realimentado é processado, de modo a produzir a tensão de controle necessária.

Como a montagem realiza uma realimentação negativa da variável de saída, a análise aqui feita considera que o critério de estabilidade se dá no limiar da defasagem em 180° , para ganhos maiores que 0 dB.

10.1.1 Definição dos tipos de compensadores

Definem-se três tipos básicos de compensadores, em função do número de polos e zeros de sua respectiva função de transferência e, principalmente, em função de sua característica de defasagem.

a) Tipo 1

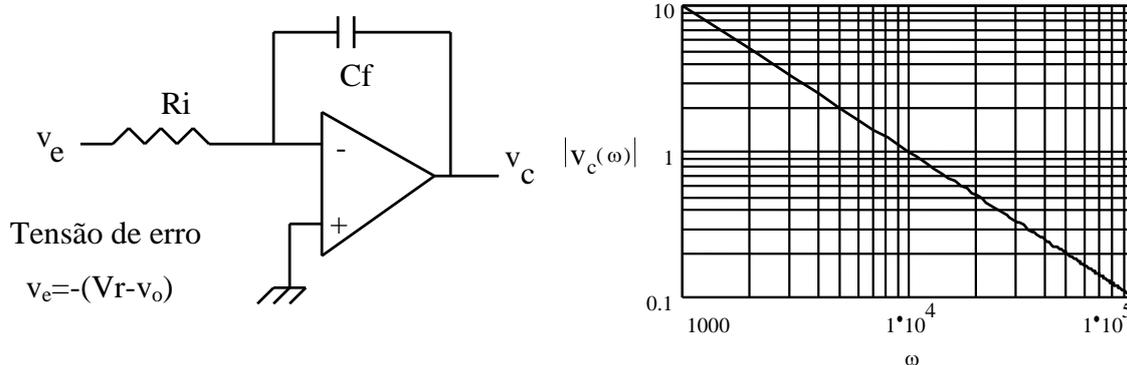


Figura 10.1 Compensador Tipo 1 e respectivo diagrama de ganho

A tensão de saída do integrador é:

$$v_c(t) = -\frac{1}{C_f} \int \frac{v_e(t)}{R_i} dt \quad (10.1)$$

Este circuito apresenta um polo na origem, o que significa uma defasagem constante de -90° e uma atenuação de 20 dB/dec. A função de transferência e a frequência de ganho unitário são, respectivamente:

$$\frac{v_c(s)}{v_e(s)} = -\frac{1}{R_i \cdot C_f \cdot s} \quad (10.2)$$

onde $v_e(s) = -(V_r - v_o(s))$

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R_i \cdot C_f} \quad (10.3)$$

b) Tipo 2

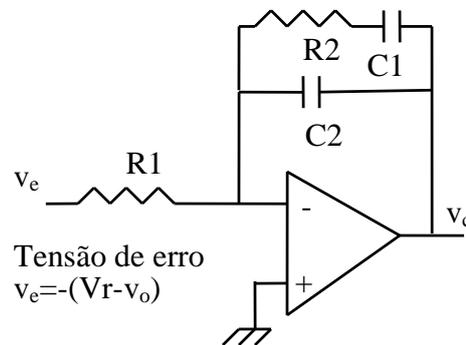


Figura 10.2 Compensador Tipo 2.

Aqui se tem um zero e dois polos, sendo um na origem (devido ao integrador). A defasagem sofre um crescimento entre -90° e 0° . O circuito apresenta um ganho AV que pode melhorar a faixa de resposta, tendo os seguintes valores característicos:

$$\frac{v_c(s)}{v_e(s)} = \frac{1 + s \cdot C_1 \cdot R_2}{s \cdot R_1 \cdot (C_1 + C_2 + s \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2)} \quad (10.4)$$

O ganho AV é dado por: $AV = \frac{R_2}{R_1}$

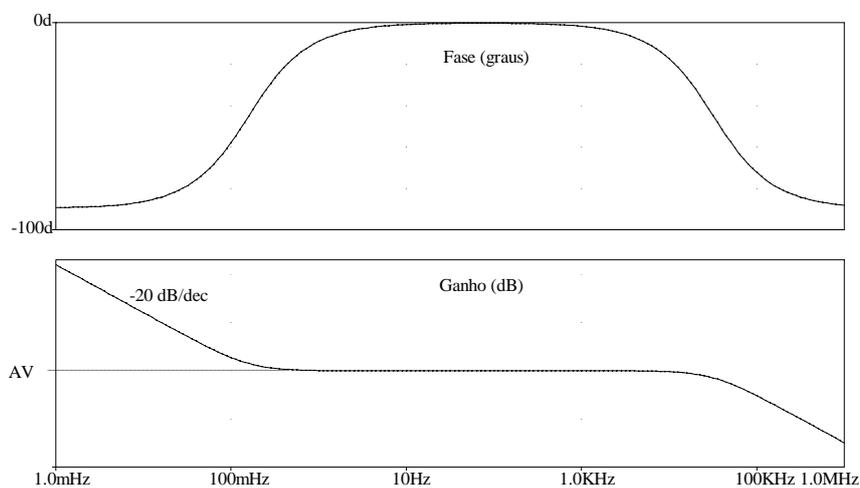


Figura 10.3 Diagramas de Bode do compensador Tipo 2.

As frequências do zero e do segundo polo são:

$$f_z = \frac{1}{2\pi \cdot R_2 \cdot C_1} \quad (10.5)$$

$$f_{p2} = \frac{C_1 + C_2}{2\pi \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2} \cong \frac{1}{2\pi \cdot R_2 \cdot C_2} \quad \text{se } C_1 \gg C_2 \quad (10.6)$$

c) Tipo 3

Este circuito, mostrado na figura 10.4, apresenta 2 zeros e 3 polos (sendo um deles na origem). Isto cria uma região em que o ganho aumenta (o que pode melhorar a resposta dinâmica), havendo ainda um avanço de fase.

$$AV_1 = \frac{R_2}{R_1} \tag{10.7}$$

$$AV_2 = \frac{R_2 \cdot (R_1 + R_3)}{R_1 \cdot R_3} \cong \frac{R_2}{R_3} \quad \text{se } R_1 \gg R_3 \tag{10.8}$$

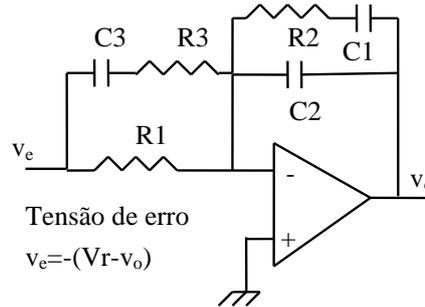


Figura 10.4 Compensador Tipo 3.

$$f_1 = \frac{1}{2\pi \cdot R_2 \cdot C_1} \tag{10.9}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi \cdot C_3 \cdot (R_1 + R_3)} \cong \frac{1}{2\pi \cdot C_3 \cdot R_1} \tag{10.10}$$

$$f_3 = \frac{1}{2\pi \cdot C_3 \cdot R_3} \tag{10.11}$$

$$f_4 = \frac{C_1 + C_2}{2\pi \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_2} \cong \frac{1}{2\pi \cdot C_2 \cdot R_2} \quad \text{se } C_1 \gg C_2 \tag{10.12}$$

Para um melhor desempenho deste controlador, em malha fechada, a frequência de corte deve ocorrer entre f_2 e f_3 .

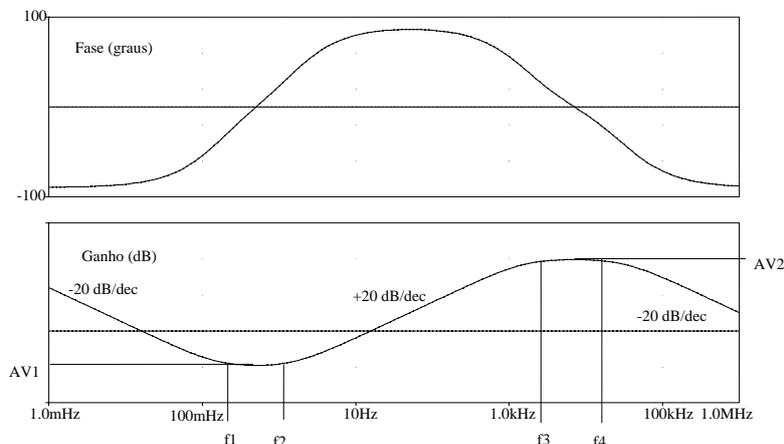


Figura 10.5 Diagramas de Bode do compensador Tipo 3.

d) O fator k

O fator k é uma ferramenta matemática para definir a forma e a característica da função de transferência. Independente do tipo de controlador escolhido, o fator k é uma medida da redução do ganho em baixas frequências e do aumento de ganho em altas frequências, o que se faz controlando a alocação dos polos e zeros do controlador, em relação à frequência de cruzamento do sistema (f_c).

Para um circuito do tipo 1, k vale sempre 1. Para o tipo 2, o zero é colocado um fator k abaixo de f_c , enquanto o polo fica um fator k acima de f_c . No tipo 3, um zero duplo está alocado um fator \sqrt{k} abaixo de f_c , e o polo (duplo), \sqrt{k} acima de f_c .

Sendo f_c a média geométrica entre as alocações dos zeros e polos, o pico do avanço de fase ocorrerá na frequência de corte, o que melhora a margem de fase.

Seja α o avanço de fase desejado. Para um circuito do tipo 2, o fator k é dado por:

$$k = \operatorname{tg} \left[\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right] \quad (10.13)$$

Para um circuito tipo 3, tem-se:

$$k = \left\{ \operatorname{tg} \left[\frac{\alpha}{4} + \frac{\pi}{4} \right] \right\}^2 \quad (10.14)$$

A figura 10.6 mostra o avanço de fase em função do fator k.

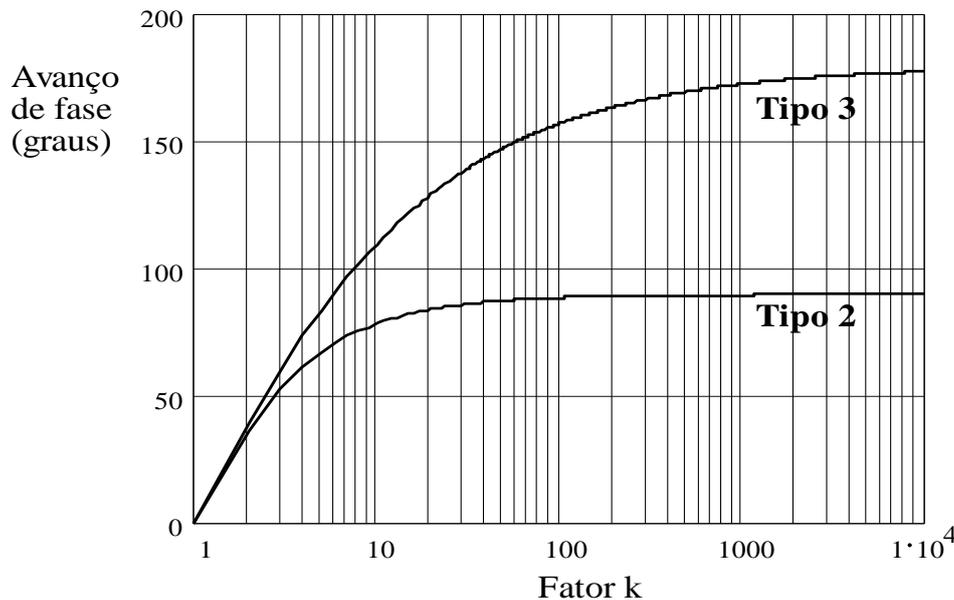


Figura 10.6 Avanço de fase para diferentes compensadores.

10.1.2 Síntese de compensador

Passo 1: Diagrama de Bode do conversor: $v_o(s)/v_c(s)$

Passo 2: Escolha da frequência de corte (em malha fechada) desejada.

Quanto maior esta frequência, melhor a resposta dinâmica do sistema. No entanto, para evitar os efeitos do chaveamento sobre o sinal de controle, tal frequência deve ser inferior a 1/5 da frequência de operação da fonte.

Passo 3: Escolha da margem de fase desejada: entre 30° e 90° .

Com 60° tem-se um bom compromisso entre velocidade e reduzida oscilação transitória.

Passo 4: Determinação do ganho do compensador.

Conhecida a frequência de corte e o ganho do sistema (em malha aberta), o ganho do controlador deve ser tal que leve, nesta frequência, a um ganho unitário em malha fechada.

Passo 5: Cálculo do avanço de fase requerido.

$$\alpha = M - P - 90^\circ$$

M: margem de fase desejada, P: defasagem provocada pelo sistema

Passo 6: Escolha do tipo de compensador.

Passo 7: Cálculo do fator k.

O fator k pode ser obtido das equações já indicadas ou das curvas decorrentes. A alocação dos zeros e polos determinará os componentes, de acordo com as equações mostradas a seguir.

O polo na origem causa uma variação inicial no ganho de -20 dB/dec. A frequência na qual esta linha cruza (ou deveria cruzar) o ganho unitário é definida como a "frequência de ganho unitário" - UGF. G é o ganho necessário dar ao compensador para que se obtenha a frequência de corte desejada. A frequência de ganho unitário corresponde, quando o sistema operar em malha fechada, à frequência de corte.

Tipo 1:

$$UGF = \frac{1}{2\pi \cdot C_f \cdot R_1 \cdot G} \quad (10.15)$$

Tipo 2:

$$UGF = \frac{1}{2\pi \cdot R_1 \cdot (C_1 + C_2)} \quad (10.16)$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot G \cdot k \cdot R_1} \quad (10.17)$$

$$C_1 = C_2 \cdot (k^2 - 1) \quad (10.18)$$

$$R_2 = \frac{k}{2\pi \cdot f \cdot C_1} \quad (10.19)$$

Tipo 3:

$$UGF = \frac{1}{2\pi \cdot R_1 \cdot (C_1 + C_2)} \quad (10.20)$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot G \cdot R_1} \quad (10.21)$$

$$C_1 = C_2 \cdot (k - 1) \quad (10.22)$$

$$R_2 = \frac{\sqrt{k}}{2\pi \cdot f \cdot C_1} \quad (10.23)$$

$$R_3 = \frac{R_1}{k - 1} \quad (10.24)$$

$$C_3 = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot R_3 \cdot \sqrt{k}} \quad (10.25)$$

10.2 Exemplo 1

Considere um conversor *buck*, operando a 33 kHz, cuja função de transferência apresenta os diagramas de Bode ($v_o(s)/v_c(s)$) mostrados na figura 10.7. Determinar um compensador para que se tenha uma margem de fase de 60°.

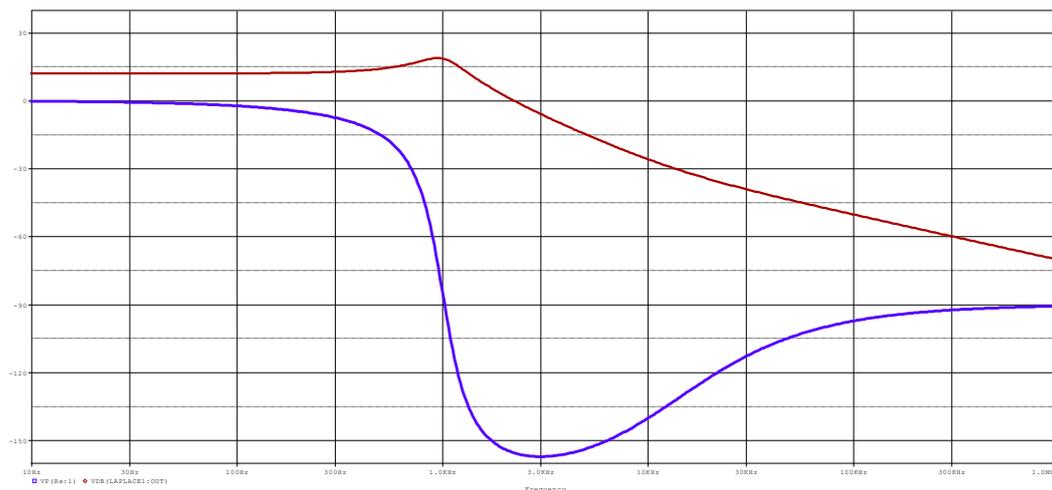


Figura 10.7 Diagramas de Bode de conversor meia-ponte (tipo abaixador de tensão). $V_i=20$ V, $R_{se}=0,12$ Ω , $R_o=4$ Ω , $V_s=5$ V, $L=250$ μ H, $C=100$ μ F.

Solução:

A frequência de corte em malha fechada será de 4 kHz.

Nesta frequência, o sistema apresenta uma atenuação de 12 dB. Assim, o compensador deve ter um ganho de 12 dB (4 vezes).

Ainda em 4 kHz, a defasagem provocada pelo sistema é de 155°. O avanço de fase necessário é:

$$\text{Avanço} = 60^\circ - (-155^\circ) - 90^\circ = 125^\circ$$

Isto significa que devemos usar um controlador do tipo 3.

Usando as curvas da figura 10.6, tem-se fator $k = 16$.

Os componentes são calculados, arbitrando um valor para R_1 de 10 k Ω .

$$C_2 = 1 \text{ nF}$$

$$C_1 = 15 \text{ nF}$$

$$R_2 = 10,6 \text{ k}\Omega$$

$$R3 = 667 \Omega$$

$$C3 = 15 \text{ nF}$$

O zero duplo estará alocado em 1 kHz, enquanto o polo duplo estará em 16 kHz.

O diagrama de Bode do compensador está mostrado na figura 10.8.

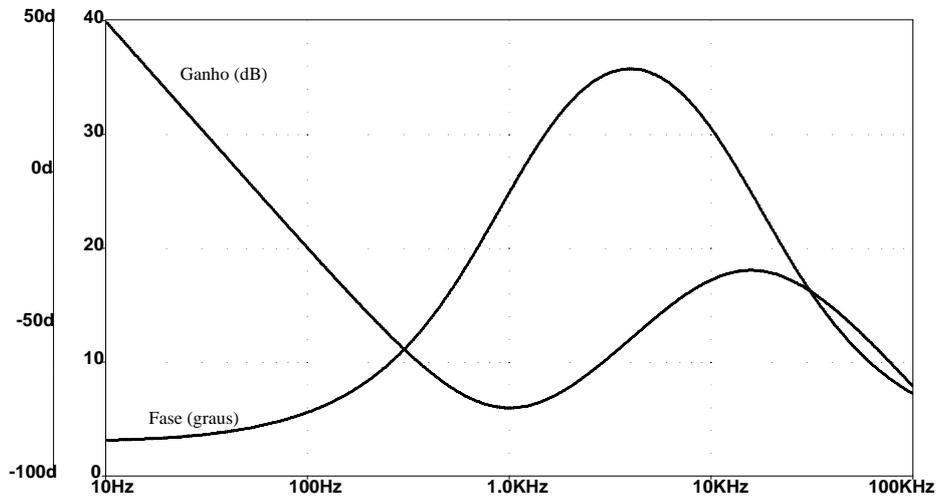


Figura 10.8 Diagrama de Bode do compensador tipo 3.

A figura 10.9 mostra a resposta em frequência, em malha aberta, sendo possível verificar que o sistema apresenta os resultados esperados, quais sejam, uma frequência de ganho unitário de 4 kHz com uma margem de fase de 60°.

A figura 10.10 mostra a resposta no tempo a um degrau de referência utilizando o modelo do conversor e uma simulação do circuito completo, com chaves ideais. Note-se a excelente concordância entre ambos os resultados. É importante para a aderência entre os resultados do modelo linear e do circuito que não ocorra saturação do controlador, ou seja, que a tensão de controle não exceda a amplitude da portadora do modulador PWM.

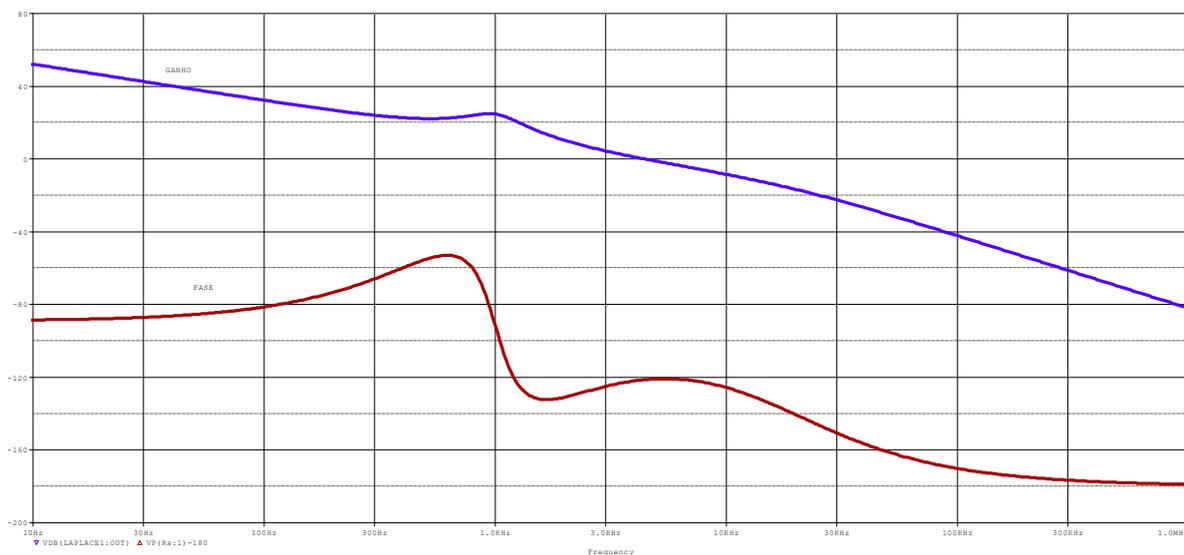


Figura 10.9 Resposta do sistema com compensador, em malha aberta.

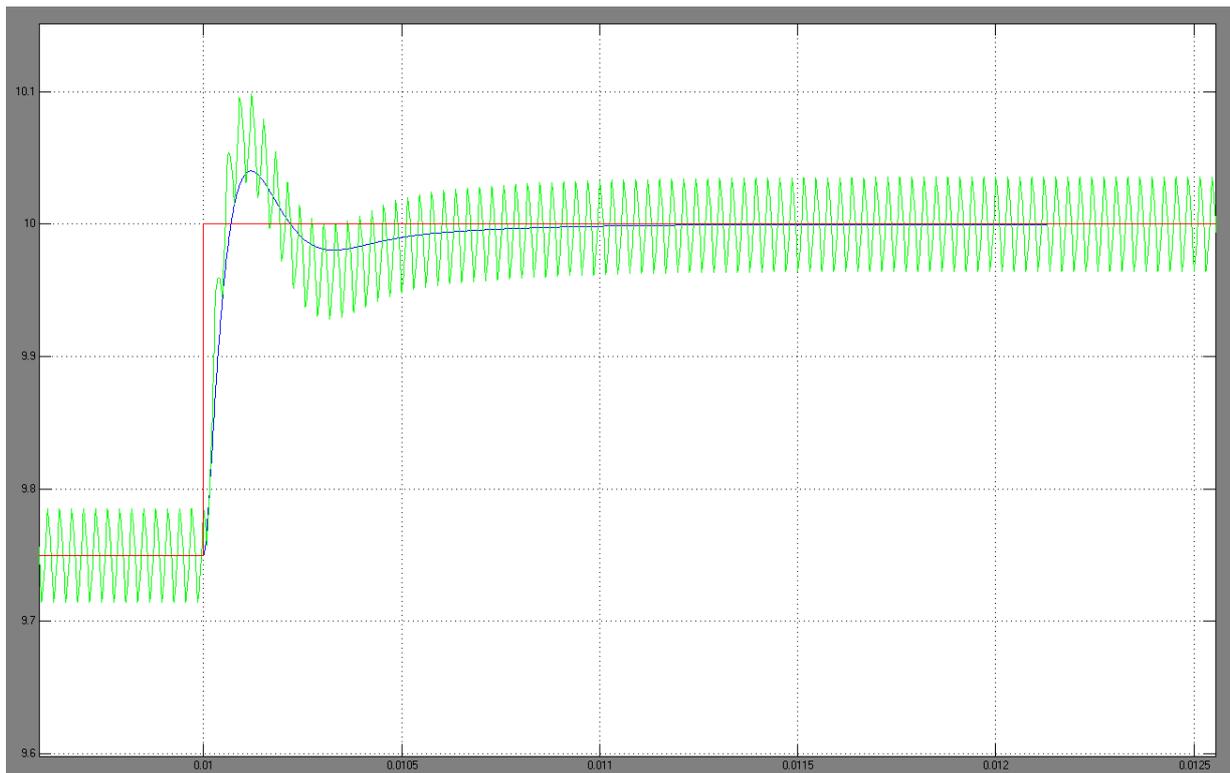


Figura 10.10 Resposta no tempo a um degrau de referência: modelo linearizado e resposta do circuito com chaveamento.

10.3 Exemplo 2

Consideremos um conversor elevador de tensão, operando no modo de condução contínua. Como já foi visto no capítulo anterior, neste caso tem-se um sistema que apresenta um zero no semiplano direito, sendo de difícil controle. O indutor do conversor é de 10 mH, o capacitor é de 100 μ F e a carga é de 100 ohms. A tensão de entrada é de 100 V e a de saída é de 200 V, com uma largura de pulso de 0,5. A onda triangular do modulador PWM tem amplitude de 1 V.

A figura 10.11 mostra a resposta do sistema sem o compensador, assim como a resposta em frequência do compensador, obtida a partir do circuito cujos parâmetros estão mostrados na figura 10.12. A frequência de corte escolhida é de 400 Hz, na qual a fase do modelo do circuito é de -220° e o ganho é 27 dB. Para obter uma margem de fase de 30° , o avanço de fase necessário é de 160° e a atenuação de 22,4 vezes, devendo-se usar um compensador tipo 3. O fator k vale 118, o que significa alocar os zeros do compensador em 38,2 Hz e os polos em 4,34 kHz. Os componentes do compensador estão mostrados na figura 10.12.

A figura 10.13 mostra a resposta do sistema completo, em malha aberta, sendo possível verificar que são atendidas as especificações de projeto.

Na figura 10.14 tem-se a resposta no tempo a uma variação em degrau na referência, podendo-se notar a variação da saída inicialmente no sentido oposto ao desejado (sistema de fase não mínima), o comportamento estável e o longo tempo de estabilização. A figura 10.15 mostra a simulação em PSpice da função de transferência do circuito de potência usando o bloco LAPLACE e do circuito com chaveamento.

Ou seja, o método de projeto realiza exatamente o que se propõe, isto é, ajustar a frequência de corte e a margem de fase. Funciona muito bem com circuitos que não apresentam problema de fase não mínima. Em sistemas com zero no RHP, embora a estabilidade esteja assegurada, o resultado global pode não ser adequado.

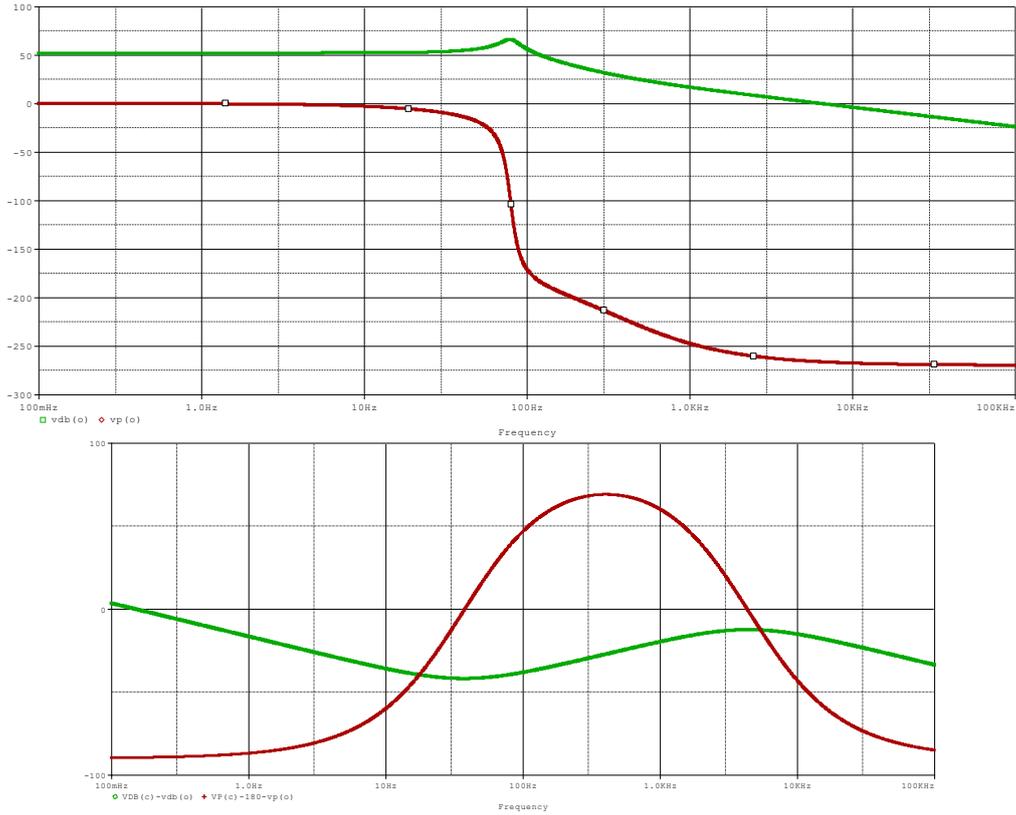


Figura 10.11 Resposta em frequência do modelo do conversor *boost* operando no MCC (acima) e do compensador do Tipo 3 projetado (abaixo).

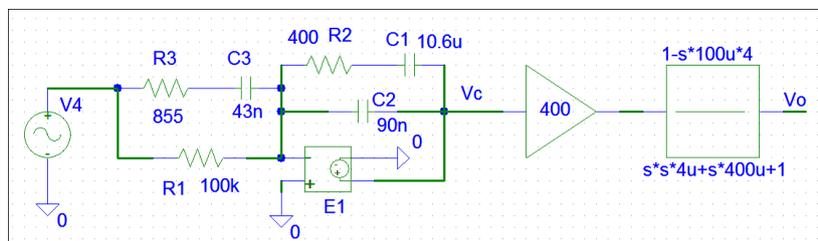


Figura 10.12 Diagrama do conversor *boost* simulado (função de transferência), incluindo o compensador tipo 3.

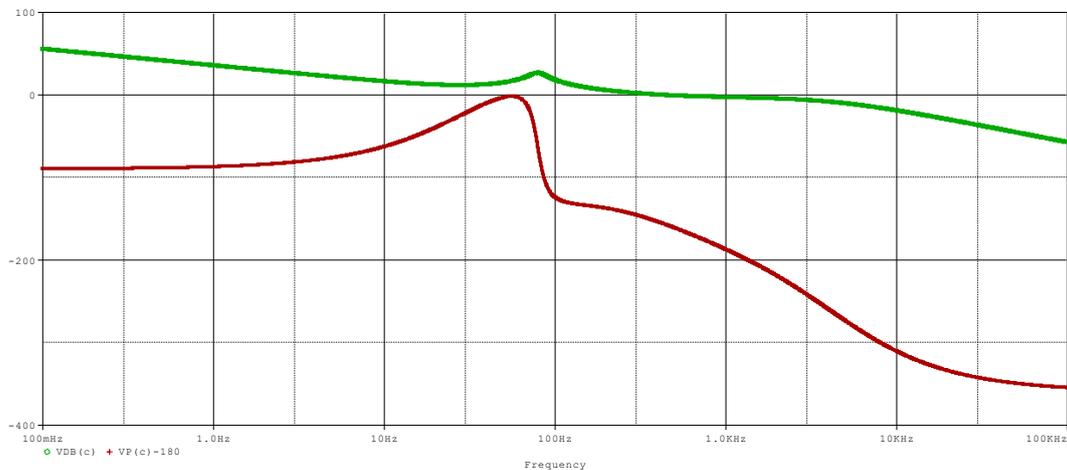


Figura 10.13 Resposta em frequência, em malha aberta, com o compensador.

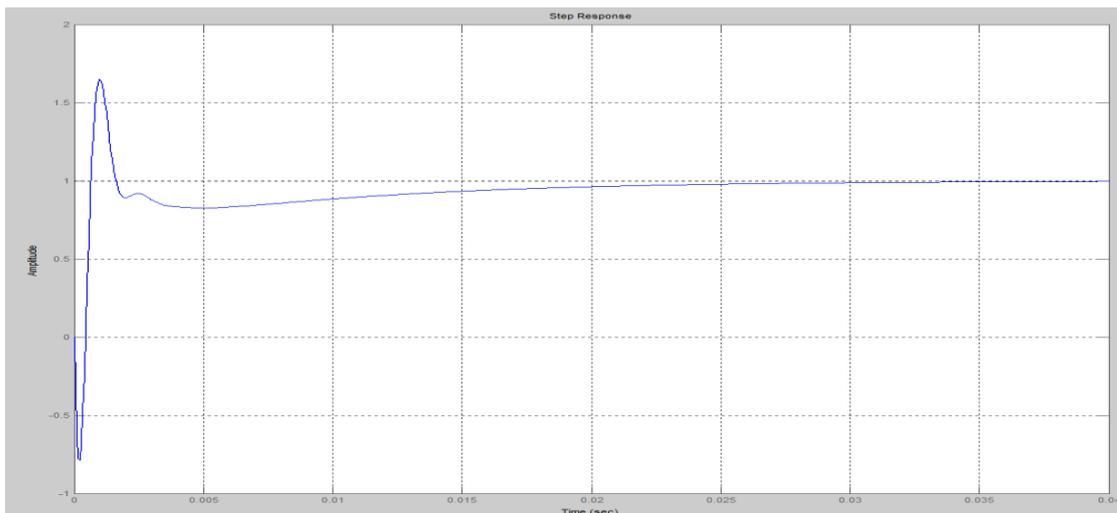


Figura 10.14 Resposta no tempo, em malha fechada, a uma variação em degrau na referência (MatLab, usando ferramenta SISO).

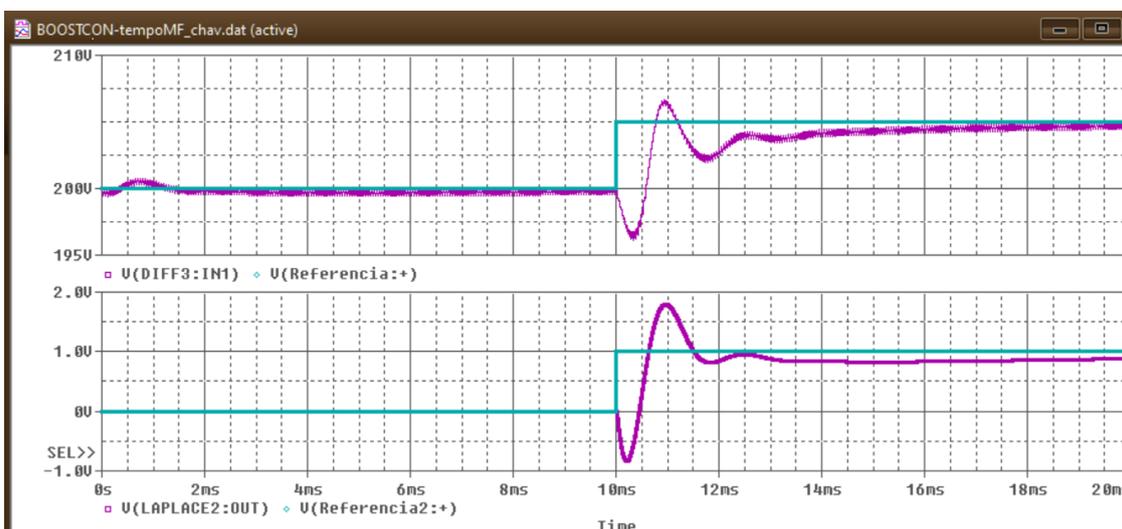


Figura 10.15 Resposta no tempo, em malha fechada, a uma variação em degrau na referência (Pspice). Acima, resultado de circuito com chaveamento. Abaixo, resposta do controlador alimentando função de transferência que modela o circuito de potência (bloco Laplace).

10.4 Referências Bibliográficas

H. D. Venable: "The k-factor: A New Mathematical Tool for Stability Analysis and Synthesis" Proc. of Powercon 10, March 22-24, 1983, San Diego, USA.

Exercícios

- 1) Considere um conversor abaixador de tensão com as seguintes características: $V_i=300$ V, $V_o=100$ V, $P_o=1$ kW, $L=500$ μ H, $C=100$ μ F, $R_{se}=1$ Ω , $V_s=10$ V, frequência de chaveamento de 20 kHz, rendimento 100%.
 - Determine a resposta em frequência deste conversor.
 - Determine um compensador para o controle da tensão de saída de modo a obter uma frequência de corte de 2 kHz e uma margem de fase de 70° .
 - Verifique a resposta no tempo a uma variação de 10% da referência, utilizando o modelo dinâmico.
 - Simule o circuito real e verifique sua resposta no tempo, comparando com a resposta do modelo linearizado.