

EA513 I - Circuitos Elétricos I

Cap. VIII - Potência em Regime Permanente

Neste Capítulo serão vistos, dentro do contexto de circuitos elétricos excitados com sinais periódicos e em regime permanente, conceitos sobre potência média consumida e fornecida, valor eficaz de tensões e correntes, fator de potência e potência complexa.

1 Potência média

Foi visto que :

$$p(t) = \text{potência no instante } t = v(t)i(t)$$

Se $v(t)$ e $i(t)$ forem periódicos com período T :

$$\begin{aligned}v(t + T) &= v(t) \\i(t + T) &= i(t) \\p(t + T) &= v(t + T)i(t + T) \\&\Rightarrow \\p(t + T) &= p(t)\end{aligned}$$

Ou seja, $p(t)$ também é periódica.

Define-se **potência média** como sendo:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t)dt \quad (1)$$

Antes de prosseguir, seja a Tabela 1 a seguir:

| $f(t)$ | $\int_0^{2\pi/w} f(t) dt$ |
|--|--|
| $\sin(nwt + \alpha); \cos(mwt + \beta)$ | 0 |
| $\sin^2(nwt + \alpha); \cos^2(mwt + \beta)$ | $\frac{\pi}{w}$ |
| $\sin(nwt + \alpha) \cdot \cos(mwt + \beta)$ | 0 |
| $\cos(nwt + \alpha) \cdot \cos(mwt + \beta)$ | $\frac{\pi}{w} \cos(\alpha - \beta)$ se $m = n$ 0 se $m \neq n$ |

Tabela 1

Considere a Figure 1:

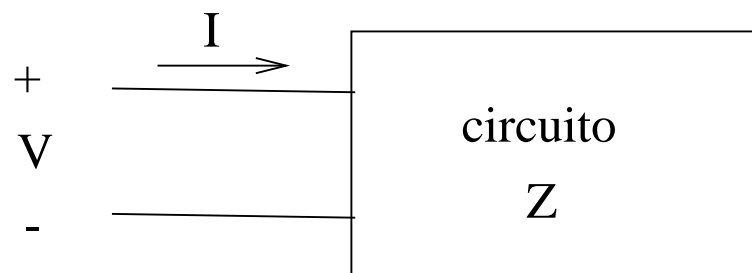


Figure 1: Circuito elétrico na forma fasorial

$$\begin{cases} Z = |Z| \angle(\theta) \\ V = V_m \angle(\phi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{Z} = \frac{V_m}{|Z|} \angle(\phi - \theta)$$

Portanto:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi - \theta) \text{ onde } I_m = \frac{V_m}{|Z|}$$

Conseqüentemente, lembrando que:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) i(t) dt \quad (2)$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} V_m I_m \cos(\omega t + \phi) \cos(\omega t + \phi - \theta) dt \\ P &= V_m I_m \frac{\omega}{2\pi} \frac{\pi}{\omega} \cos(\phi - (\phi - \theta)) \end{aligned}$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta \quad (3)$$

onde θ é a fase da impedância Z .

Exemplos:

1. Resistor

$$V_m = R I_m \text{ com } \theta = 0^\circ$$

$$P_R = \frac{V_m I_m}{2} \cos(0^\circ) = \frac{1}{2} R I_m^2$$

2. Indutor

$$Z_L = \omega L \angle(90^\circ)$$

$$P_L = \frac{V_m I_m}{2} \cos(90^\circ) = 0$$

3. Capacitor

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} \angle(-90^\circ)$$

$$P_C = \frac{V_m I_m}{2} \cos(-90^\circ) = 0$$

4. Corrente contínua I_{cc}

$$P_{cc} = \frac{1}{T} \int_0^T R I_{cc}^2 dt = R I_{cc}^2 \frac{1}{T} \int_0^T dt \quad (4)$$

$$\Rightarrow P_{cc} = R I_{cc}^2$$

5. Impedância $Z = |Z| \angle(\theta)$

$$Z = \operatorname{Re}[Z] + j \operatorname{Imag}[Z] = |Z| \angle(\theta)$$

$$\cos\theta = \frac{\operatorname{Re}[Z]}{|Z|} \text{ e } V_m = |Z|I_m$$

$$P_Z = \frac{1}{2}V_m I_m \cos(\theta) = \frac{1}{2}(I_m |Z|)(I_m) \frac{\operatorname{Re}[Z]}{|Z|}$$

$$P_Z = \frac{1}{2}I_m^2 \operatorname{Re}[Z]$$

Observações:

- R dissipa potência
- L e C puros não dissipam energia
- $Z = |Z|\angle(\theta)$ tem caráter:
resistivo se $\theta = 0$
capacitivo se $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 0$
indutivo se $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

Exemplo:

O circuito da Figure 2 está em regime permanente. Determine as potências médias nos

bipolos.

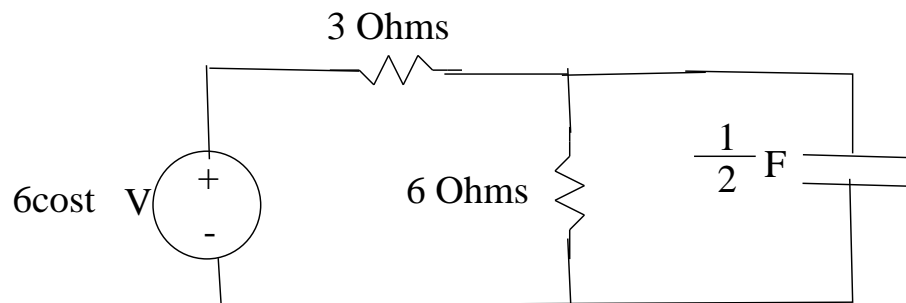


Figure 2: Potências médias nos bipolos

Solução:

A representação correspondente, na forma de fasores, está mostrada na Figure 3.

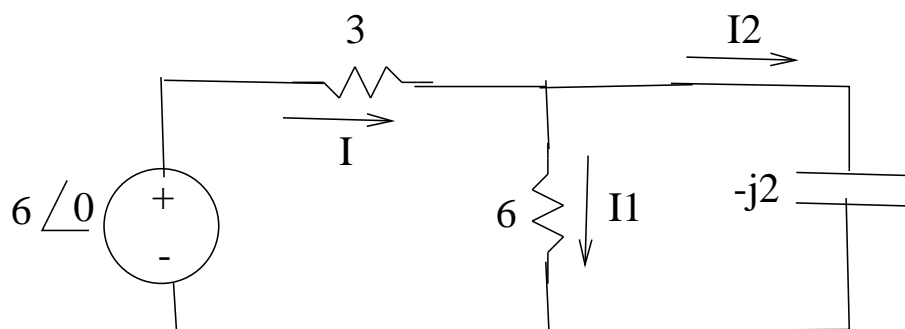


Figure 3: Potências médias nos bipolos

$$Z_{eq} = 3 + (6 \text{ em paralelo com } (-j2))$$

$$Z_{eq} = 3 + \frac{6(-j2)}{6-j2} = 9\frac{1-j}{3-j}$$

$$Z_{eq} = 9\frac{\sqrt{2}\angle(-45^\circ)}{\sqrt{10}\angle(-18.435^\circ)} = \frac{9}{\sqrt{5}}\angle(-26.56^\circ)$$

$$I = \frac{6\angle(0^\circ)}{9\sqrt{5}}\angle(-26.56^\circ) = \frac{2\sqrt{5}}{3}\angle(26.56^\circ)$$

Lembrando que $V_m = 6$ e $I_m = \frac{2\sqrt{5}}{3}$:

$$P = \frac{1}{2}V_m I_m \cos\theta = \frac{1}{2}6 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{3} \cos(26.56^\circ)$$

$$P = 3 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{3} \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow P = 4 \text{ W}$$

que é a potência total entregue pela fonte ao resto do circuito. Na convenção de receptor, portanto, na fonte tem-se:

$$P_{fonte} = -4 \text{ W}$$

Como o capacitor não consome energia:

$$P_C = 0 \text{ W}$$

No resistor de 3Ω :

$$P_{3\Omega} = \frac{1}{2}RI_m^2 = \frac{1}{2}3\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 \text{ W}$$

$$P_{3\Omega} = \frac{10}{3} \text{ W}$$

No resistor de 6Ω :

$$I_2 = \frac{-j2}{6-j2}I = \frac{-j}{3-j}\frac{2\sqrt{5}}{3} \angle (26.56^\circ)$$

$$I_2 = \frac{1 \angle (-90^\circ)}{\sqrt{10} \angle (-18.435^\circ)} \frac{2\sqrt{5}}{3} \angle (26.56^\circ)$$

$$I_2 = \frac{\sqrt{2}}{3} \angle (-45^\circ)$$

Logo:

$$P_{6\Omega} = \frac{1}{2}6\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \text{ W}$$

Note que:

$$P_{3\Omega} + P_{6\Omega} = \frac{10}{3} + \frac{2}{3} = 4 = -P_{\text{fonte}} \text{ W}$$

Superposição em Potência

Foi visto que potência num resistor R é dado por:

$$p(t) = v(t)i(t) = Ri^2(t)$$

Quando $i(t)$ for obtido utilizando o princípio de superposição (circuitos com 2 ou mais fontes), tem-se:

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

Consequentemente:

$$p(t) = R(i_1(t) + i_2(t))^2$$

$$p(t) = Ri_1^2(t) + RI_2^2(t) + 2Ri_1(t)i_2(t)$$

Ou seja, em algumas situações **não** se aplica superposição de potências.

Em sinais periódicas, a potência média fica:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (Ri_1^2(t) + RI_2^2(t) + 2Ri_1(t)i_2(t)) dt \quad (5)$$

$$P = P_1 + P_2 + \frac{2R}{T} \int_0^T i_1 i_2 dt \quad (6)$$

Quando as fontes têm frequências diferentes, a integral do produto $i_1 i_2$ num período é nula

(ver a Tabela 1 no item 1 deste Capítulo)

Portanto, neste caso se aplica superposição mas não se aplica quando as fontes têm frequências iguais.

Exemplo: Seja o circuito da Figure 4, com $R = 100\Omega$. Pede-se P_R nos seguintes casos:

1. $v_1 = 100\cos(377t+60^\circ)$ e $v_2 = 50\cos(377t)$
2. $v_1 = 100\cos(377t + 60^\circ)$ e $v_2 = 50$

Solução:

1) Frequências iguais, portanto não se aplica superposição nas potências mas pode-se aplicar nas correntes.

$$V_1 = 100\angle(60^\circ) \text{ e } V_2 = 50\angle(0^\circ)$$

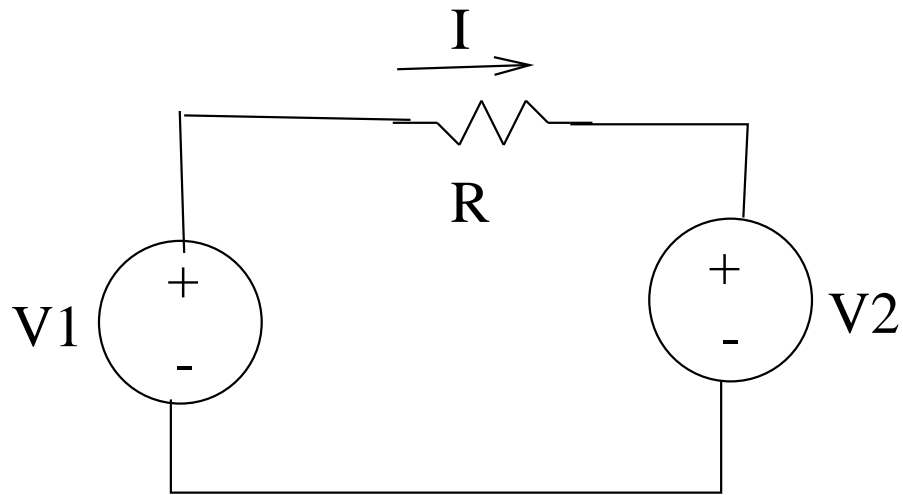


Figure 4: Superposição em potências

$$I_1 = \frac{V_1}{R} = \frac{100 \angle (60^\circ)}{100} = 1 \angle (60^\circ)$$

$$I_2 = -\frac{V_2}{R} = -\frac{50 \angle (0^\circ)}{100} = -0.5 \angle (0^\circ)$$

$$I = I_1 + I_2 = 1 \angle (60^\circ) - 0.5 = 1e^{j60^\circ} - 0.5$$

$$I = (\cos(60^\circ) + j\sin(60^\circ)) - 0.5$$

$$I = 0.5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} - 0.5$$

$$I = j\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \angle (90^\circ)$$

$$P_m = \frac{1}{2}I_m^2 \operatorname{Re}[Z] = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 100$$

$$P_m = \frac{300}{8} = 37.5 \text{ W}$$

Por superposição de potências, tem-se:

$P_m = \frac{1}{2}1^2 100 + \frac{1}{2}0.5^2 100 = 62.5 \text{ W}$, o que está incorreto.

2) Frequências diferentes, portanto pode-se aplicar superposição nas potências como também nas correntes.

$$V_1 = 100 \angle (60^\circ) \text{ e } V_2 = 50cc$$

$$P_{m1} = \frac{1}{2}100(1^2) = 50 \text{ W}$$

$$P_{m2} = 100(0.5)^2 = 25 \text{ W}$$

Portanto:

$$P_m = P_{m1} + P_{m2} = 50 + 25 = 75 \text{ W}$$

2 Valor eficaz

Considere o circuito da Figure 5:

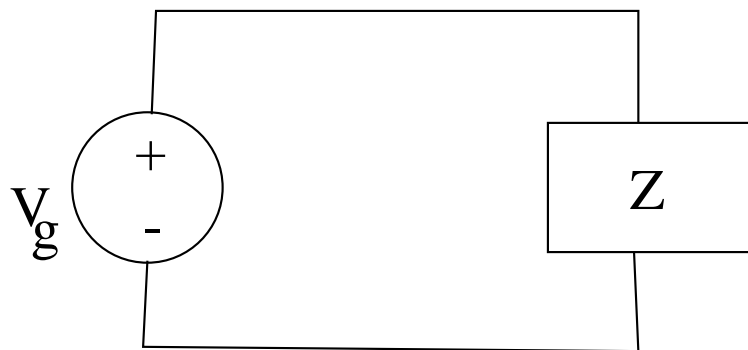


Figure 5: Potência entregue pela fonte à impedância

A potência média entregue pela fonte V_g à impedância Z depende da forma de onda de V_g . Para comparar valores de potência entregue por diferentes fontes V_g (frequência e

forma de onda diferentes), define-se **valor eficaz** ou **rms** (root mean square):

O valor eficaz V_{ef} ou I_{ef} de uma tensão ou corrente periódica é o valor de tensão ou corrente que entrega a mesma potência média para uma resistência R .

Ou seja:

$$P_m = RI_{ef} = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2(t)dt \quad (7)$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)dt} \quad (8)$$

Lembrando que $I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R}$, $i(t) = \frac{v(t)}{R}$:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t)dt} \quad (9)$$

Quando:

$$\begin{cases} i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) \\ v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) \end{cases}$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \phi) dt} \quad (10)$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{\omega}{2\pi} I_m^2 \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos^2(\omega t + \phi) dt} \quad (11)$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{\omega}{2\pi} I_m^2 \frac{\pi}{\omega}} \quad (12)$$

$$\Rightarrow I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Analogamente:

$$\Rightarrow V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Portanto, pode-se escrever:

$$P_m = V_{ef} I_{ef} \cos\theta = I_{ef}^2 \operatorname{Re}[Z]$$

Exemplos: Determinar valor eficaz dos seguintes sinais:

- $i(t) = I, 0 \leq t < 2$
 $i(t) = -I, 2 \leq t \leq 4$

$$I_{ef}^2 = \frac{1}{4} \left[\int_0^2 I^2 dt + \int_2^4 (-I)^2 dt \right] \quad (13)$$

$$I_{ef}^2 = \frac{I^2}{4} [(2 - 0) + (4 - 2)] = I^2$$

$$\Rightarrow I_{ef} = I$$

- $i(t) = 10\sin(\omega t) + 20\cos(\omega t + 30^\circ)$

$$I_{ef}^2 = \frac{w}{2\pi} \left[\int_0^{2\pi/w} (10^2 \sin^2(\omega t) + 20^2 \cos^2(\omega t + 30^\circ) + 2 \cdot 10 \cdot 20 \sin \omega t \cos(\omega t + 30^\circ)) dt \right]$$

$$I_{ef}^2 = \frac{w}{2\pi} \left[100 \frac{\pi}{w} + 400 \frac{\pi}{w} + 400 \int_0^{2\pi/w} \cos(\omega t - 90^\circ) \cos(\omega t + 30^\circ) dt \right]$$

$$I_{ef}^2 = 50 + 200 + \frac{400w}{2\pi} \frac{\pi \cos(-90^\circ - 30^\circ)}{w}$$

$$I_{ef} = \sqrt{150}$$

3. $i(t) = I_m(1 + \cos 377t)$

$$I_{ef}^2 = I_m^2 + \frac{377}{2\pi} I_m^2 \int_0^{2\pi/377} \cos^2 377t dt$$

$$I_{ef}^2 = I_m^2 + \frac{377 I_m^2}{2\pi} \frac{\pi}{377} = \frac{3 I_m^2}{2}$$

$$I_{ef} = I_m \sqrt{\frac{3}{2}}$$

3 Fator de potência

Foi visto que $P_m = V_{ef}I_{ef}\cos\theta$

- Conforme já visto, P_m é chamado de potência **média** (em W ou KW)
- $P_{ap} = V_{ef}I_{ef}$ recebe o nome de potência **aparente** (em VA ou KVA)
- $fp = \cos\theta$ é chamado de **fator de potência**
- θ é chamado de ângulo de fp
- Portanto $P_m = P_{ap}fp$

Observações:

1. $fp = \frac{P_m}{P_{ap}} = \cos\theta$

2. $0 \leq fp \leq 1$

3. se $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 0$, tem-se circuito capacitivo e diz-se que tem fp adiantado (corrente em relação à tensão)
4. se $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, tem-se circuito indutivo e diz-se que tem fp atrasado

Exemplo: Considere o circuito da Figure 6. Determine a potência aparente P_{ap} entregue pela fonte ao circuito e I_{ef} se:

a) $fp = 0.85$

b) $fp = 0.95$

Solução:

a) Como $P_m = V_{ef}I_{ef}\cos\theta$, com $P_m = 100$ KW, $V_{ef} = 220$ V e $fp = 0.85$:

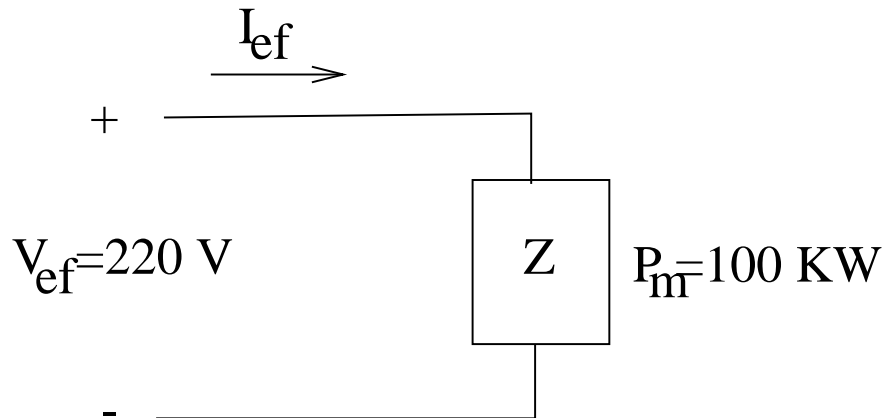


Figure 6: Potência aparente entregue pela fonte à impedância

$$P_{ap} = \frac{P_m}{fp} = \frac{100KW}{0.85} \cong 117.65 \text{ KVA}$$

$$I_{ef} = \frac{100KW}{(220)(0.85)} \cong 534.8 \text{ A}$$

A fonte entrega 117.65 KVA ao circuito, dos quais 100 KW é consumido.

b) $fp = 0.95$

$$P_{ap} = \frac{100KW}{0.95} = 105.26 \text{ KVA}$$

$$I_{ef} = \frac{100KW}{(220)(0.95)} \cong 478.5 \text{ A}$$

A fonte entrega 105.26 KVA ao circuito, dos quais 100 KW é consumido.

Pelos resultados, percebe-se que no caso b), a fonte (ou a usina) precisa entregar menos energia ao circuito que no caso a). Portanto, quanto mais perto de 1 for o fp , melhor o aproveitamento da energia fornecida.

Este fato traz a idéia de modificar o fp através de introdução de um dispositivo no circuito, como mostrado a seguir.

Compensação de fp

Para alcançar este objetivo, introduz-se um dispositivo tal que os seguintes critérios devem ser observados:

- Não deve interferir no circuito original, ou seja, não pode mudar a potência média entregue ao circuito (ou à carga).
- Não deve dissipar energia adicional.
 - Para atender ao primeiro item, o dispositivo deve ser colocado em paralelo com o circuito.
 - Para atender ao segundo item, o novo dispositivo deve ser puramente reativo.

Assim, a configuração da Figure 7 é a recomendada.

com $Z_1 = jX_1$.

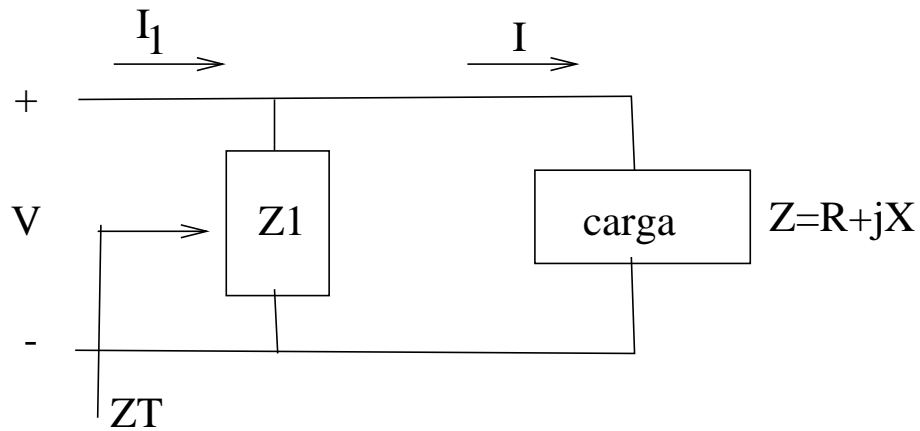


Figure 7: Compensação de fator de potência

$$ZT = \frac{Z \cdot Z1}{Z + Z1} = Re[ZT] + j Imag[ZT]$$

Seja $fp_n = \cos \theta_n$ o novo fator de potência desejada.

$$\Rightarrow tg(\theta_n) = tg(\cos^{-1} fp_n) = \frac{Imag[ZT]}{Re[ZT]}$$

Mas:

$$ZT = \frac{jX1(R+jX)}{jX1+R+jX}$$

$$ZT = \frac{RX1^2 + jX1(R^2 + X^2 + XX1)}{R^2 + (X + X1)^2}$$

Portanto:

$$tg\theta_n = \frac{X1(R^2 + X^2 + XX1)}{RX1^2}$$

$$tg\theta_n = \frac{R^2 + X^2 + XX1}{RX1}$$

$$RX1tg[\cos^{-1}fp_n] = R^2 + X^2 + XX1$$

$$\Rightarrow X1 = \frac{R^2 + X^2}{Rtg[\cos^{-1}fp_n] - X}$$

Exemplo: Considere o circuito da Figure 8, $w = 100$ rad/seg.

1. Qual o fp visto pela fonte?
2. Determine o componente a ser colocado em paralelo à carga do circuito para obter $fp = 0.95$ atrasado.

3. Determine o componente a ser colocado em paralelo à carga do circuito para obter $fp = 0.95$ adiantado.

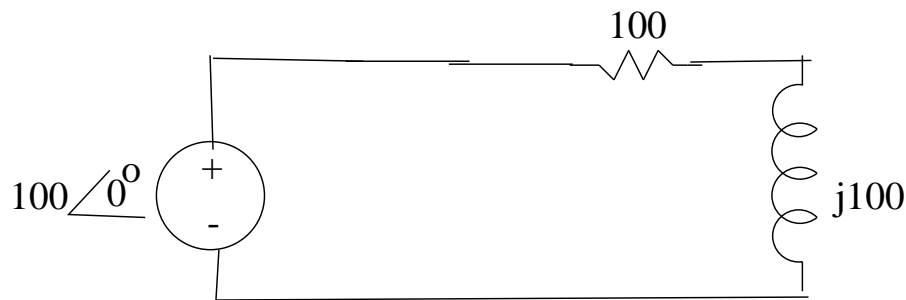


Figure 8: Exemplo de compensação de fator de potência

Solução:

1. Da Figure 8, tem-se:

$$Z = 100 + j100 = R + jX = 100\sqrt{2} \angle (45^\circ)$$

Portanto:

$$fp = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 \text{ atrasado.}$$

2. Como $fp_n = 0.95$ atrasado, $\theta_n = 18.2^\circ$

Utilizando a expressão deduzida:

$$X1 = \frac{R^2 + X^2}{R \operatorname{tg}[\cos^{-1} fp_n] - X}$$

$$X1 = \frac{100^2 + 100^2}{100 \operatorname{tg}[18.2^\circ] - 100}$$

$$X1 = \frac{200}{0.328 - 1} = -297.92$$

$X1$ é um capacitor

$$\text{Como } |X1| = \frac{1}{\omega C}$$

$$C = \frac{1}{100(297.92)} = 33.56 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

Ou seja: $C = 33.56 \mu\text{F}$

3. Como $fp_n = 0.95$ adiantado, $\theta_n = -18.2^\circ$

$$X1 = \frac{100^2 + 100^2}{100 \operatorname{tg}[-18.2^\circ] - 100}$$

$$X1 = \frac{200}{-0.328-1} \cong -150.525$$

$X1$ é um capacitor

$$C = \frac{1}{100(150.525)} = 66.41 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

Ou seja: $C = 66.41 \mu\text{F}$

4 Potência complexa

Dados:

$$Z = |Z| \angle(\theta), V = V_m \angle(\phi)$$

$$\Rightarrow I = \frac{V_m \angle(\phi)}{|Z| \angle(\theta)} = I_m \angle(\phi - \theta)$$

Alternativamente:

$$V = V_m e^{j\phi}$$

$$I = I_m e^{j(\phi-\theta)}$$

Definiu-se valores eficazes:

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Pode-se definir **fasores eficazes**:

$$\mathbf{V}_{ef} = \frac{V}{\sqrt{2}} = V_{ef} e^{j\phi}$$

$$\mathbf{I}_{ef} = \frac{I}{\sqrt{2}} = I_{ef} e^{j(\phi-\theta)}$$

Como: $P_m = V_{ef} I_{ef} \cos\theta = \text{Re}[V_{ef} I_{ef} e^{j\theta}]$

Tem-se:

$$P_m = \text{Re}[\mathbf{V}_{ef} \mathbf{I}_{ef}^*]$$

\mathbf{I}_{ef}^* representa complexo conjugado de \mathbf{I}_{ef}

Note que:

$$\mathbf{V}_{ef}\mathbf{I}_{ef}^* = V_{ef}I_{ef}e^{j\theta}$$

$$\mathbf{V}_{ef}\mathbf{I}_{ef}^* = V_{ef}I_{ef}\cos\theta + jV_{ef}I_{ef}\sin\theta$$

Define-se **potência complexa**:

$$S = \text{Potência Complexa} = \mathbf{V}_{ef}\mathbf{I}_{ef}^*$$

$$S = P_m + jQ$$

onde:

$$P_m = V_{ef}I_{ef}\cos\theta$$

$$Q = V_{ef}I_{ef}\sin\theta$$

- $P_m =$ potência média (W)

- Q = potência reativa (VAR - volt-ampère reativo)

Observações:

- $|S| = |\mathbf{V}_{ef}\mathbf{I}_{ef}^*| = |V_{ef}I_{ef}e^{j\theta}| = V_{ef}I_{ef}$
- $Q = \text{Imag}[S] = V_{ef}I_{ef}\sin\theta$
- $\text{tg}\theta = \frac{Q}{P_m}$

Compensação de fator de potência utilizando potência complexa

Seja a configuração da Figure 9.

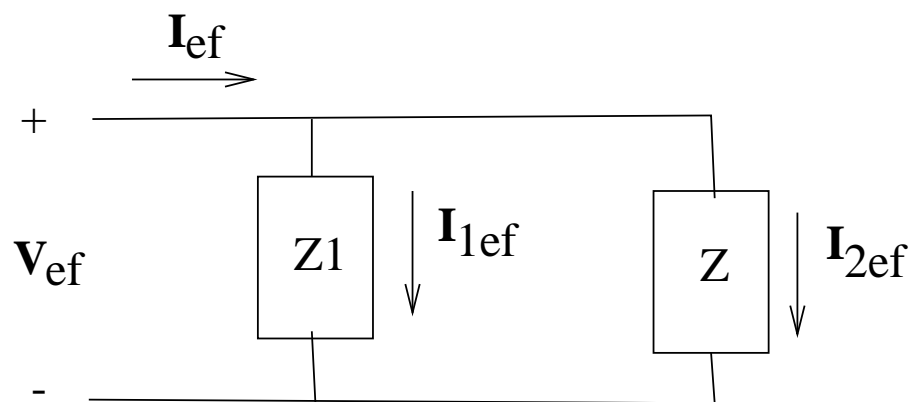


Figure 9: Compensação de fator de potência via potência complexa

Tem-se:

$$S = \mathbf{V}_{ef} \mathbf{I}_{ef}^* = \mathbf{V}_{ef} (\mathbf{I}_{1ef} + \mathbf{I}_{2ef})^*$$

Logo:

$$S = \mathbf{V}_{ef} \mathbf{I}_{1ef}^* + \mathbf{V}_{ef} \mathbf{I}_{2ef}^* = S_1 + S_2$$

Mas:

$$S_2 = \mathbf{V}_{ef} \mathbf{I}_{2ef}^* = P_m + jQ$$

$$S_1 = \mathbf{V}_{ef} \mathbf{I}_{1ef}^*$$

$$S_1 = \frac{V}{\sqrt{2}} \left[\frac{V}{\sqrt{2}} \frac{1}{jX_1} \right]^*$$

$$S_1 = \frac{V_m \angle(\theta)}{\sqrt{2}} \left[\frac{V_m \angle(-\theta)}{\sqrt{2}} \frac{1}{X_1 \angle(-90^\circ)} \right]$$

$$S_1 = \frac{V_m^2}{2X_1} \angle(90^\circ) = jQ_1$$

$$\text{com } Q_1 = \frac{V_m^2}{2X_1}$$

Consequentemente:

$$S = S_1 + S_2 = P_m + j(Q + Q_1)$$

$$\Rightarrow \theta_n = \text{arctg}\left(\frac{Q+Q_1}{P_m}\right)$$

Assim:

$$\begin{cases} P_m & = \text{potencia media (constante)} \\ Q + Q_1 & = \text{potencia reativa (nova)} \end{cases}$$

Exemplo: Considere o exemplo da Figure 8 ($\omega = 100 \text{ rad/seg}$). Resolver utilizando compensação de potência via potência complexa.

Solução:

1. Já resolvido: $fp_{antes} = 0.707$.
2. Novo $fp = 0.95$ atrasado.

$$S_{antes} = \mathbf{V}_{ef} \mathbf{I}_{ef}^* = \frac{V}{\sqrt{2}} \left(\frac{I}{\sqrt{2}} \right)$$

$$S_{antes} = \frac{100 \angle (0^\circ)}{\sqrt{2}} \left(\frac{100 \angle (0^\circ)}{\sqrt{2}(100+j100)} \right)^*$$

$$S_{antes} = \frac{50}{\sqrt{2}} \angle (45^\circ) = 25 + j25$$

$$\begin{cases} P = 25 \text{ W} \\ Q = 25 \text{ VAR} \end{cases}$$

$$S_{depois} = P_m + j(Q + Q_1) = 25 + j(25 + Q_1)$$

$$fp_n = 0.95 \text{ atrasado} = \cos \theta_n$$

$$\Rightarrow \theta_n = 18.2^\circ$$

$$\text{Mas: } \theta_n = \arctg\left(\frac{25 + Q_1}{25}\right)$$

$$\text{tg}18.2^\circ = 0.3288 = \frac{25 + Q_1}{25}$$

$$\Rightarrow Q_1 = -16.78$$

$$\text{Foi visto que: } Q_1 = \frac{V_m^2}{2X_1}$$

$$\text{Portanto: } Q1 = -16.78 = \frac{100^2}{2X1}$$

$$\Rightarrow X1 = -297.9 \text{ (capacitivo)}$$

$$|X1| = \frac{1}{\omega C} = 297.9$$

$$\Rightarrow C1 \cong 33.56 \mu\text{F}$$

3. Novo $fp = 0.95$ adiantado.

$$fp_n = 0.95 \text{ adiantado} = \cos\theta_n$$

$$\Rightarrow \theta_n = -18.2^\circ$$

$$\text{tg}(-18.2^\circ) \cong -0.3288 = \frac{25+Q1}{25}$$

$$\Rightarrow Q1 \cong -8.3788$$

$$\text{Portanto: } Q_1 = -8.3788 = \frac{100^2}{2X_1}$$

$$\Rightarrow X_1 \cong -150.51 \text{ (capacitivo)}$$

$$|X_1| = \frac{1}{\omega C} = 150.51$$

$$\Rightarrow C_1 \cong 66.41 \mu\text{F}$$

A. Y.
DSE-FEEC-UNICAMP
1s/2020